



מתודת התשואה הכוללת: הטכניקה של אקטוארים פיננסיים לחישוב שיעור התשואה לפדיון הגלום במחירי איגרות חוב

האקטואר [רועי פולניצר](#) מציג את מתודת התשואה הכוללת המספקת פתרון אנאליטי לבעיית חילוץ שיעור התשואה לפדיון הגלום במחירי השוק של איגרת חוב. מתודה זו מצויה בשימוש נרחב בקרב אקטוארים פיננסיים.

כאשר: rc הוא תשואת הריבית של האיגרת באחוזים ו- P הוא מחיר השוק באגרות.

אם ניצוק את הנתונים לעיל לתוך נוסחת תשואת הריבית נקבל שתשואת הריבית של האיגרת נכון ל-31.12.23 שווה ל-0.11%.

$$rc = \left(\frac{111.53}{100.30} \right) \frac{0.10}{100} = 0.0011 = 0.11\%$$

חישוב תשואת ההון של האיגרת

תשואת ההון של האיגרת מבטאת את הפער הקיים בין מחיר האיגרת בשוק לבין הערך המתואם נטו שלה. תשואת ההון מחושבת במונחים שנתיים והיא מספקת אינדיקציה לגבי התשואה העודפת שאותה ניתן להשיג בכל שנה כתוצאה מקניית האיגרת.

בהינתן שהאיגרת נפדיית ב-30.11.31 הרי שהטווח לפדיון (n) שלה נכון ל-31.12.23 נאמד בכ-7.92 שנים. להלן נוסחת תשואת ההון של האיגרת:

$$rh = \left(\frac{Par}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

כאשר: rh הוא תשואת ההון של האיגרת באחוזים ו- n הוא הטווח לפדיון בשנים.

אם ניצוק את הנתונים לעיל לתוך נוסחת תשואת ההון נקבל שתשואת ההון של האיגרת נכון ל-31.12.23 שווה ל-1.35%.

$$rh = \left(\frac{111.53}{100.30} \right)^{\frac{1}{7.92}} - 1 = 0.0135 = 1.35\%$$

חישוב התשואה הכוללת של האיגרת

התשואה הכוללת של האיגרת מחושבת כסך הצברן של תשואת הריבית ותשואת ההון שלה כמוצג בנוסחה הבאה:

$$y = rc + rh$$

אם ניצוק את הנתונים לעיל לתוך נוסחת התשואה הכוללת נקבל שהתשואה הכוללת של האיגרת נכון ל-31.12.23 שווה ל-1.46%.

$$y = 0.10\% + 1.35\% = 1.46\%$$

מסקנה

כעת נשאלת השאלה, האם התשואה הכוללת שחושבה על ידינו לאורך המאמר עבור האיגרת האמורה באמת קרובה לשיעור התשואה לפדיון הגלום במחיר השוק של האיגרת לפי שיטת Newton-Raphson, כלומר, לזה שאילו הוצב במודל ה-DCF היה מביא את שוויה של איגרת החוב האמורה לרמה של מחירה בשוק ב-31.12.23? משימוש בשיטת Newton-Raphson נקבל ששיעור התשואה לפדיון המשווה בין מחיר השוק של האיגרת ל-31.12.23 למחירה לפי מודל ה-DCF שווה ל-1.46%. **ניתן לראות שבמקרה דנן שלפנינו הפתרון האנאליטי (קרי, טכניקת התשואה הכוללת) מספק תוצאה זהה לפתרון הנומרי (קרי, שיטת Newton-Raphson) עבור בעיית חילוץ שיעור התשואה לפדיון הגלום במחיר אג"ח. עם זאת, במקרים אחרים ייתכנו גם הפרשים סבירים.**

במאמר זה אציג את טכניקה לחישוב מקורב של שיעור התשואה לפדיון, המכונה "טכניקת התשואה הכוללת". טכניקה זו נמצאת בשימוש רחב על ידי אקטוארים פיננסיים והיא מחייבת מספר שלבים, שבהם מחשבים את ערכה המתואם נטו של האיגרת, תשואת הריבית ותשואת ההון שלה וכפועל יוצא את התשואה הכוללת שלה.

חישוב הערך המתואם נטו של האיגרת

הערך המתואם נטו מבטא את שווי האיגרת, אילו ניתן היה לפדות אותה מיידית ולזכות בריבית ובתנאי ההצמדה ע"פ תנאיה, כפי שצברה עד כה. במילים אחרות, זהו השווי האמיתי של האיגרת (קרי, הקרן והריבית שעדיין לא חולקה). הערך המתואם נטו משתנה בכל יום בעיקר בשל צבירת הריבית היומית ואך בכל חודש גם בשל גורם ההצמדה.

דוגמה לחישוב שיעור התשואה לפדיון הגלום במחיר השוק של אג"ח ממשלתי: אג"ח "ממשלתית צמודה 1131" מבטיחה בפדיונה החוזר קרן נקוב (F), בסך 100 אגורות וקופון נקוב (C) בסך 0.10 אגורות לשנה פלוס הצמדה למדד. תשלום הריבית האחרון בוצע ב-29.11.23 ומדד הבסיס (M_0), המדד הראשון הידוע בעת הנפקת האיגרת, האיגרת פורסם ב-15.1.21 ועמד על 94.240 נקודות. הבה ונחשב את הערך המתואם נטו של האיגרת ליום ה-31.12.23 בהינתן שהמדד האחרון הידוע (M_1), מדד נובמבר 2023, שפורסם באמצע דצמבר 2023, עמד על 105.1 נקודות. להלן נוסחת הערך המתואם נטו של האיגרת:

$$Par = \left[100 + C(1-t) \frac{days}{365} \right] \frac{M_1}{M_0}$$

כאשר: Par הוא הערך המתואם נטו של האיגרת באגורות, t הוא שיעור המס החל על האיגרת (25% במקרה דנן שלפנינו) ו- $days$ הוא מספר הימים שחלף ממועד תשלום הריבית האחרון ועד למועד הערכת השווי (32 ימים במקרה דנן שלפנינו).

אם ניצוק את הנתונים לעיל לתוך נוסחת הערך המתואם נטו נקבל שהערך המתואם נטו של האיגרת נכון ל-31.12.23 שווה ל-111.53 אגורות, כדלקמן:

$$Par = \left[100 + 0.10(1 - 0.25) \frac{30}{365} \right] \frac{105.1}{94.240} = 111.53$$

חישוב תשואת הריבית של האיגרת

תשואת הריבית של האיגרת מספקת את הנתון של הריבית העודפת, שמקבל מחזיק האיגרת מן הריבית בכל שנה. ריבית זו משולמת ע"פ הערך המתואם נטו של האיגרת, כמוגדר לעיל. הבה ונחשב את תשואת הריבית של האיגרת בהינתן שמחיר השוק שלה ב-31.12.2023 עמד על 100.30 אגורות. להלן נוסחת תשואת הריבית של האיגרת:

$$rc = \left(\frac{Par}{P} \right) \frac{C}{100}$$

שיעור התשואה לפדיון ($yield to maturity$) של איגרת חוב הוא סך הצברם של שיעור תשואת איגרת חוב חסרת סיכון אשראי (איגרת חוב שהנפיקה המדינה) ופרמיית סיכון בצורת מרווח מעל לתשואה חסרת סיכון זו. שיעור זה הוא אפוא שיעור התשואה הנדרש על ידי משקיעים בשוק ההון עבור השקעתם באיגרת החוב האמורה. הוא משמש בידי אקטוארים פיננסיים כתשומה לחילוץ מרווח האשראי הגלום באיגרת חוב קונצרנית, לחישוב ההסתברות לכשל של איגרות חוב קונצרניות (כלומר שמנפיק האיגרת יגיע למצב של חדלות פירעון) ולגזירת שיעור האינפלציה מן הציפיות בשוק ההון.

מערכי שווי של מכשירים פיננסיים מורכבים נהגים לחשב את מחיר איגרת חוב לא סחירה באמצעות מודל ה-DCF (Discounted Cash Flows), היוון תזרימי המזומנים. בפועל קיימים נתוני שוק לגבי מחיריהן של איגרות חוב סחירות, והתשומות הדרושות ניתנות להערכה ולמדידה בצורה ישירה, למעט שיעור התשואה לפדיון. בהנחה שמודל ה-DCF נכון וישים, כמו גם ההנחות שעליהן הוא מתבסס, וכי שוק איגרות החוב הסחירות פועל ביעילות, אזי בהשוואת מחיר איגרת חוב המתקבל ממודל ה-DCF למחיר שנצפה בשוק, ניתן לחשב את שיעור התשואה לפדיון הגלום במחיר איגרת החוב מהזמן הנוכחי t ועד זמן T , כדלקמן:

$$B(t, T) = Bond(t, T, y)$$

$B(t, T)$ הוא מחיר השוק, בזמן t , של איגרת חוב הפוקעת בזמן T , $Bond(t, T, y)$ הוא מחיר האיגרת לפי מודל ה-DCF, הנפתר עבור y - שיעור התשואה לפדיון בזמן t של איגרת חוב הפוקעת בזמן T , שיעור תשואה המורכב מסך הצברם של שיעור היוון חסר סיכון ופרמיית סיכון בצורה של מרווח מעל לאותו שיעור היוון חסר סיכון. יש לציין כי בצורה זו מובלעת ההנחה כי שיעור התשואה לפדיון הוא קבוע על פני משך חיי איגרת החוב, הנחה שאינה מדויקת, אך בעזרת מספר גדול של איגרות חוב, בעלות איכות אשראי דומה, ניתן לבנות את עקום התשואות המסוכן.

כיוון שלא ניתן לחשב את שיעור התשואה לפדיון במדויק בצורה אנליטית מערכי שווי של מכשירים פיננסיים מורכבים מסתייעים בטכניקה הידועה כשיטת Newton-Raphson. טכניקה זו מתכנסת לפתרון הנכון במספר חישובים מעטים על ידי ניסוי וטעיה והיא קלה ליישום. הסבר מלא של שיטת Newton-Raphson חורג ממסגרת מאמר זה. הסבר שכזה ניתן למצוא במאמרו של פולניצר [אמידת שיעור הריבית הגלום בחכירה בהתאם ל-IFRS 16](#) במגזין Funder מיום ה-22.10.2018.