חישובי ערך: שווי נוכחי ושווי עתידי של סכום חד פעמי ושווי נוכחי של סדרת תשלומים

האקטואר רועי פולניצר מסביר כיצד אקטוארים מבצעים חישובי שווי נוכחי ושווי עתידי של סכומים חד פעמיים ושווי נוכחי של סדרת תשלומים

נניח כי זכיתם בזכות לקבל **בוודאות** 100 ₪ היום או 100 ₪ בעוד שנה, מה תעדיפו? לחילופין נניח כי זכיתם בזכות לקבל **בוודאות** 100 ₪ היום או 105 ₪ בעוד שנה, מה אז תעדיפו? התשובה הנכונה לשתי השאלות הללו היא: "תלוי בריבית". הריבית הינה עלות השימוש בכסף / מחיר הכסף.

מחיר הכסף נובע מכמה סיבות: 1) סיבה התנהגותית (פיצוי בעתיד עבור הוויתור על השימוש בכסף בהווה); 2) פרמיית סיכון (פיצוי עבור הסיכון שהלווה לא יחזיר את הכסף בעתיד); 3) פיריון של מוצרים תחליפיים (פיצוי עבור הויתור על האפשרות להשקיע באפיקים אחרים ולקבל תשואה מסוימת).

כעת נסביר כיצד אקטוארים מחשבים את השווי העתידי (FV- Future Value) של סכום כסף חד פעמי שנקבל בעתיד עבור שווי נוכחי (PV- Present Value) של השקעה חד פעמית שנבצע היום.

חישוב שווי עתידי של סכום חד פעמי (FV)

נניח שהשקענו בפיקדון לשנה בבנק סכום של 1,500 ₪ בריבית שנתית **(i)** של 5%. בעוד שנה נקבל חזרה את קרן ההשקעה (1,500 ₪) בתוספת ריבית בגובה $5\% \cdot 1{,}500 = 75$ או לחילופין: $1{,}500 \cdot (1+0.05)^1 = 1{,}575$. כאשר הקשר בין PV ל-FV **לתקופה אחת** הוא: $FV = PV \cdot (1+i)^1$

נניח שברצוננו להשקיע שווי נוכחי של 1,500 ₪ לתקופה של 10 שנים. כמו כן אנו יודעים בוודאות שגם בעוד שנה, שנתיים וכך הלאה, נוכל "לסגור" כספים לפיקדון בשער הריבית הנוכחי (5%) למשך שנה שלמה בכל פעם. נשאלת השאלה, מהו השווי העתידי של הכסף שנצפה לקבל בתום 10 שנים? ראינו מקודם כי בתום שנה אנו צפויים לקבל חזרה 1,575 ₪. כאמור- סכום זה יהיה ניתן "לסגירה" לשנה נוספת בפיקדון חדש. כמה כסף נקבל על הפיקדון בעוד שנתיים מהיום? $1{,}575 \cdot (1+0.05)^1 = 1{,}653.8$.

למעשה ביכולתנו לחשב את השווי העתידי של הסכום שנקבל בעוד שנתיים באופן ישיר, שהרי החישוב שביצענו $FV = PV \cdot (1+i)^1 \cdot (1+i)^1$ או בצורה "מקוצרת": $FV = PV \cdot (1+i)^2$. אם נמשיך כך במשך 10 שנים רצופות נגיע לתוצאה: $FV = PV \cdot (1+i)^{10}$. אם נציב את הנתונים, נקבל: $1{,}500(1+0.05)^{10} = 2{,}443.3$. זהו למעשה השווי העתידי של הסכום הצפוי לנו בעוד 10 שנים.

נשאלת השאלה, מהי התשואה המצטברת שנקבל על הכסף על אותן 10 שנים? במצטבר ל-10 שנים: $FV = PV \cdot (1+R)$. נציב במשוואה: $1{,}500 \cdot (1+R) = 2{,}443.3$ ונקבל ש- $R = 62.89\%$. שימו לב ש- 62.89% הרבה יותר גבוה מ- 50% (= 5% × 10 שנים). כיצד אם כך קיבלנו ריבית/תשואה מצטברת של 62.89% ולא של 50%? מאחר ובכל סוף שנה פדינו את הפיקדון **וצירפנו לקרן הפיקדון את הריבית שנצברה** עד אז, הרי שבשנה העוקבת קיבלנו ריבית גם על הריבית שנצברה משנה קודמת. טכניקה זו קרויה: ***ריבית דריבית***.

חישוב שווי נוכחי של סכום חד פעמי (PV)

כפי שחישבנו שווי עתידי, כך ניתן לבצע חישוב הפוך למציאת השווי הנוכחי של סכום עתידי כלשהו. לדוגמא: נניח כי ברצוננו לרכוש בעוד 4 שנים רכב בסך 60,000 ₪, וכי אנחנו מעוניינים לשמור כסף כבר היום למטרה זו. ביכולתנו להפקיד כספים בפיקדון ל-4 שנים הנושא ריבית שנתית של 8% המחושבת בדרך של ריבית דריבית. מהו השווי הנוכחי של סכום הכסף שעלינו להפקיד היום בפיקדון על מנת שבעוד 4 שנים בדיוק יהיה בידינו 60,000 ₪?

למדנו ש- $FV = PV \cdot (1+i)^n$. אולם, ניתן לרשום גם אחרת: $PV = FV \cdot v_i^{-n}$ כאשר: $v_i^{-n} = (1+i)^n$ מאחר ו- $V_i^n = 1/(1+i)^n$. לכן אם נציב את הנתונים במשוואה נקבל ש-: $60{,}000 v_{0.08}^4 = 44{,}101.8$. פעולה זו של העברת ערכים מתקופה לתקופה קרויה **"היוון" תזרימי מזומנים.**

חישוב שווי נוכחי של סדרת תשלומים

אם נרצה לחשב מהו סך שוויים הנוכחי של תזרימי מזומנים מתקופות שונות, פשוט נבצע "היוון" של התזרימים העתידיים לשוויים נוכחיים (PV) ולאחר מכן נסכום אותם. לדוגמא: מהו השווי הנוכחי של התחייבויות לשלם בעוד שנה סכום של 4,000 ₪ ובעוד שנתיים סכום של 6,000 ₪ כאשר ידוע כי הריבית קבועה ברמה של 10% לשנה?

השווי הנוכחי של ההתחייבות לשנה הראשונה: $4{,}000 v_{0.10}^1 = 3{,}636.3$ השווי הנוכחי של ההתחייבות לשנה השנייה הוא: $6{,}000 v_{0.10}^2 = 4{,}958.7$. סך הצברן של שתי ההתחייבויות הינו 8,595 ₪ וניתן היה לחשב אותו בטאקט אחד:

$4{,}000 v_{0.10} + 6{,}000 v_{0.10}^2 = 8{,}595$.

מכאן ואילך נגדיר תשלום שהינו חלק מסדרת תשלומים כ- CF (Cash Flow) או כ-C (Coupon). במידה והתשלומים יהיו אחידים נגדיר אותם בד"כ כ- PMT (Payment).

נניח שאנחנו מעוניינים לרכוש סלון ומציעים לנו 2 מסלולים לתשלום:

1. תשלום חד פעמי היום בסך 10,000 ₪; או
2. שלושה תשלומים רבעוניים בסך 3500 ₪ כ"א, כאשר הראשון שבהם משולם היום.

עוד נניח, כי הריבית **"האלטרנטיבית"** שלנו, אותה אנו משלמים בבנק על משיכת היתר שלנו הינה 1% לחודש. איזה מסלול תשלום נעדיף? נאמר מראש, כי גם אם אין בידינו את כל הכסף, הרי שנוכל ללוות בבנק את הסכום החסר ולשלם את התשלום כולו כבר היום (כמובן שבעתיד ניאלץ לשלם הן את הריבית והן את קרן ההלוואה חזרה לבנק).

מאחר ועלינו להשוות בין כספים מנקודות זמן שונות, נהוון את התזרימים בחלופה השנייה לשווי נוכחי (היום). שימו לב כי התשלום הראשון הינו כבר במונחי שווי נוכחי. לכן: $3{,}500 + 3{,}500 v_{0.01} + 3{,}500 v_{0.01}^2 = 10194$. דהיינו, השווי הנוכחי של מסלול התשלום ב- 3 תשלומים גבוה יותר מהשווי הנוכחי של מסלול התשלום החד פעמי (10,000 ₪), ולכן מבחינה מימונית עדיף לשלם **הכל בבת אחת היום**.

נניח שלפנינו סדרת תשלומים "ארוכה" יותר, לדוגמה תשלומי משכנתא חודשיים למשך 25 שנה (25 × 12 = 300 תשלומים). נשאלת השאלה, כיצד נחשב את השווי הנוכחי של סדרה כה ארוכה? במידה ומדובר בסדרת תשלומים **שווי גודל** (סדרה המכונה **אנונה**), הרי שקיימת נוסחה המקשרת בין גובה התשלום התקופתי <u>**המשולם בסוף כל תקופה**</u>, והשווי הנוכחי של סדרת התשלומים:

$PV = PMT \cdot a_{\overline{n}|,i}$ או $PV = PMT \cdot (1 - v_i^n)/i$

כך למשל, שוויים הנוכחי של 300 תשלומי משכנתא חודשיים על סך 3,000 ₪ כ"א, בריבית חודשית של 0.5%, יהיה: $3{,}000 \cdot a_{\overline{300}|,0.005} = 465{,}620.6$ כאשר:

$$a_{\overline{300}|,0.005} = \left(1 - v_{0.005}^{300}\right)/0.005 = 155.21$$

על פי רוב, נהיה מעוניינים דווקא בתוצאה ההפוכה, קרי, לדעת מהו גובה התשלום התקופתי? נניח שברצוננו לקחת משכנתא בסך 700,000 ₪, למשך 20 שנה, בריבית העומדת על 0.5% לחודש. מה יהיה גובה התשלום החודשי? $PMT \cdot a_{\overline{240}|,0.005} = 700{,}000$ כאשר:

$$a_{\overline{240}|,0.005} = \left(1 - v_{0.005}^{240}\right)/0.005 = 139.58$$

גובה התשלום החודשי, ה- PMT, שווה ל- 5,015 ₪.

הכותב משמש כאקטואר הראשי של "שווי פנימי", מכהן כיו"ר לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA) והתמודד בעבר על משרת האקטואר הראשי ברשות שוק ההון, הביטוח והחיסכון.