



התפלגות הסטטיסטית ביותר באקטואריית סיכוני שוק היא התפלגות הנורמלית

האקטואר **רועי פולניצ** מסביר מדוע התפלגות הנורמלית היא אבן היסוד של אקטואריית סיכוני שוק וכיצד היא מאפשרת למדוד ולנהל סיכוני שוק.

את ערכי ה-VaR המדווחים על ידי הבנקים. מהו אם כך VaR? ההפסד המקסימלי הצפוי בשל התממשות סיכונים (בדרי"כ סיכוני שוק) בהיתן תקופת החזקה ורמת ביטחון סטטיסטית שנקבע מראש. כך למשל VaR יומי של 1 מיליון ש"ח ברמת ביטחון של 99%. משמעות הדבר שקיימת הסתברות של 99% שההפסד במהלך 24 השעות הקרובות לא יעלה על מיליון ש"ח, ולעומת זאת קיימת הסתברות של 1% שההפסד יעלה על מיליון ש"ח. המודל עונה על השאלה: מהו ההפסד המרבי הצפוי בתיק השקעות ברמת ביטחון נתונה ובאופק זמן מוגדר? לדוגמה: מהו ההפסד בביטחון של 97.5% ערך ה-Z הוא 1.96 ועבור רמת ביטחון ההפסד החדשי המקסימלי ברמת ביטחון של 95% חשוב לציין שמדובר במדד הסיכון הנפוץ ביותר בעולם לניהול סיכוני שוק.

כיצד מחשבים Market VaR?

נניח כי תיק השקעות מושפע מכל חמשת גורמי הסיכון: מחירי מניות, מדדי מחירים, שערי ריבית, מטבעות ומחירי סחורות. לאחר חישוב התנודתיות והקורלציות בין גורמי הסיכון מתקבלת סטיית התקן של תיק ההשקעות, σ_p . תחת ההנחה שהתשואה על התיק מופלטת נורמלית: $R_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$, ניתן לחשב את ה-VaR באמצעות ההתפלגות הנורמלית.

לצורך החישוב מבצעים מעבר להתפלגות הנורמלית הסטנדרטית $Z \sim N(0,1)$ ומשתמשים בערכי ה-Z הידועים. כך למשל עבור רמת ביטחון של 95% ערך ה-Z הוא 1.65, עבור רמת ביטחון של 97.5% ערך ה-Z הוא 1.96 ועבור רמת ביטחון של 99% ערך ה-Z הוא 2.33. לאחר מכן מחשבים:

$$VaR = V \cdot (\mu_p - \sigma_p) \cdot Z_p$$

כאשר V הוא שווי התיק, σ_p היא סטיית התקן של התיק ו- Z_p הוא מספר סטיות התקן המתאים לרמת הביטחון, **תחת ההנחה ש- $\mu_p = 0$** . מאן ניתן לראות, ההתפלגות הנורמלית עומדת במבחן באמצעות התפלגות נורמלית, אך חישוב ה-VaR מבוצע באמצעות ההתפלגות הנורמלית הסטנדרטית.

משפט הגבול המרכזי

אחת הסיבות לכך שההתפלגות הנורמלית כה מרכזית באקטואריית סיכוני שוק היא משפט הגבול המרכזי. משפט זה קובע כי סכום של מספר גדול של משתנים אקראיים בלתי תלויים נוטה להתפלג בקירוב נורמלי. מאחר שתיק השקעות מורכב בדרך כלל ממספר רב של כספים וגורמי סיכון, ההתפלגות הנורמלית מספקת קירוב סביר להתנהגות הכוללת של התיק. זו אחת הסיבות המרכזיות לכך שמודלים של VaR, מודלי סיכון הון ומודלים רגולטוריים רבים מבוססים על התפלגות נורמלית. בשוקים פיננסיים קיימות לעיתים סטיות מהנחת הנורמליות, כגון זנבות עבים ואסימטריה, אולם ההתפלגות הנורמלית ממשיכה לשמש מודל בסיסי ומרכזי בניהול סיכוני שוק.

סיכום

אקטואריית סיכוני שוק עומדת במדידת סיכונים הנובעים משוניים במחירי ניירות ערך, מדדי מחירים, שערי ריבית, שערי חליפין ומחירי סחורות. בניגוד לאקטואריית ביטוח חיים, המתמקדת במשך הזמן עד להתרחשות אירוע ביטוחי, ובניגוד לאקטואריית ביטוח פנסיה, המתמקדת במספר האירועים הצפוי באוכלוסייה, אקטואריית סיכוני שוק מתמקדת בהתפלגות התשואות והשינויים בגורמי הסיכון הפיננסיים. מאחר שתשואות אלו יכולות להיות חיוביות או שליליות, ההתפלגות הנורמלית מהווה את המודל הסטטיסטי הטבעי והחשוב ביותר לתיאורן. מסיבה זו היא עומדת בבסיס מדידת התנודתיות, חישוב Market VaR, ניהול הסיכונים הפיננסיים והפיזור הרגולטורי המודרני, והיא ללא ספק ההתפלגות הסטטיסטית החשובה ביותר באקטואריית סיכוני שוק. גם מודלים מתקדמים יותר, כגון GARCH, EWMA, סימולציות מונטה-קרלו ותהליכים סטוכסטיים לתמחור נגזרים, עושים שימוש בהתפלגות הנורמלית באופן ישיר או עקיף.

הכותב הוא אקטואר סיכוני שוק מסמך, לשעבר נשיא האיגוד הישראלי לאקטוארים (AIA) וכיום נשיא לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA), מחבר הספר הראשון באקטואריה שפורסם אי פעם בישראל ובעברית "המדריך לאקטוארים של ביטוח חיים", מומחה לאקטואריה, מסמך אקטואריה בישראל, בעל מקצוע מוערך בתחומי האקטואריה, מייסד של 2 איגודים אקטואריים מקצועיים מוכרים ובעלי מוניטין, קיבל מסגן ראש הממשלה ומשר המשפטים (בהסכמת נ"מ) נשיאת בית המשפט העליון) מינוי לכהן כחבר בוועדה לבחירת אקטוארים מטעם בתי המשפט בתפקיד נציג איגוד אקטוארי מוכר בישראל, קיבל מהנהלת בתי המשפט מינוי לתפקיד מומחה מטעם בתי המשפט בתחום המומחיות האקטואריה וכלכלה ברישומים המומחים של בתי המשפט בתחום המומחיות אקטואריה.

פרישה או עזיבה), הרי שבסיכוני שוק השינויים יכולים להתרחש בשני הכיוונים. לדוגמה:

- ❖ מניה עשויה לעלות ב-10% או לרדת ב-10%.
 - ❖ שער החליפין עשוי להתחזק ב-3% או להיחלש ב-3%.
 - ❖ הריבית עשויה לעלות באחוז אחד או לרדת באחוז אחד.
- לכן האקטואר הפיננסי אינו מתעניין בדרך כלל במחיר עצמו אלא **בתשואה או בשיעור השינוי**. אם נסמן את התשואה ב- R , נוהג להניח:

$$R \sim N(\mu, \sigma^2)$$

כלומר התשואה מתפלגת נורמלית עם תוחלת (ממוצע) של μ וסטיית תקן של σ .

ההתפלגות הנורמלית במרחב תוחלת-שונות

ההתפלגות הנורמלית היא ההתפלגות החשובה ביותר בתורת ההסתברות, משום שהיא מתארת תופעות טבע רבות, כגון מנת המשקל (IQ) של אנשים או גובהם. מקבלי החלטות יכולים להשתמש בהתפלגות הנורמלית כדי לתאר משתנים בלתי תלויים, כגון שיעור האינפלציה או מחירי העתיד של נפט.

תנאי ההתפלגות

- שלושת התנאים העומדים בבסיס ההתפלגות הנורמלית הם:
- ערך מסוים של המשתנה הבלתיידיאלי הוא בעל ההסתברות הגבוהה ביותר להתרחשות (ממוצע ההתפלגות).
- הסיכוי שהמשתנה הבלתיידיאלי יהיה מעל הממוצע שווה לסיכוי שהיה מתחת לממוצע (סימטריה סביב הממוצע).
- סביר יותר שהמשתנה הבלתיידיאלי יהיה בקרבת הממוצע מאשר רחוק ממנו.

המבנים המתמטיים של ההתפלגות הנורמלית הם כדלקמן:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{ for all } x \text{ and } \mu; \sigma > 0$$

- הממוצע = μ
- סטיית התקן = σ
- הא-סימטריה (Skewness) = 0 (זה תקף לכל μ ו- σ)
- הגבנויות העודפת (Excess Kurtosis) = 0 (זה תקף לכל μ ו- σ)

התוחלת (μ) וסטיית התקן (σ) הן הפרמטרים היחידים המגדירים את ההתפלגות.

מדוע לא ממדלים את המחירים עצמם?

נקודה חשובה היא שבאקטואריית סיכוני שוק נוהג למדל את התשואות ולא את המחירים. מחיר של מניה או שער חליפין אינם יכולים להיות שליליים, ולכן קשה לתאר אותם באמצעות התפלגות נורמלית. לעומת זאת, התשואות יכולות להיות חיוביות, שליליות או אפס. ולכן הן מתאימות הרבה יותר למודל באמצעות ההתפלגות נורמלית. מסיבה זו, כמעט כל מודל סיכוני שוק מתחיל בניתוח סדרת התשואות ההיסטוריות של גורם הסיכון.

5 גורמי הסיכון המרכזיים באקטואריית סיכוני שוק

- ❖ **סיכון מחירי ניירות ערך** - זהו הסיכון ששווי מניות, אג"ח או מדדי מניות ישתנה. האקטואר הפיננסי בוחר את התשואות ההיסטוריות של הנכסים ומעריך את הממוצע וסטיית התקן שלהן.
- ❖ **סיכון מדדי מחירים** - קרנות פנסיה וחברות ביטוח מחזיקות התחייבויות רבות הצמודות למדד המחירים לצרכן. לפיכך, חשוב למדוד את התנודתיות של שיעורי האינפלציה. גם במקרה זה נוהג לנח את שיעורי השינוי במדד באמצעות ההתפלגות נורמלית.
- ❖ **סיכון שערי ריבית** - שינויים בריבית משפיעים על אג"ח, הלוואות, נגזרים פיננסיים והתחייבויות אקטואריות. לכן האקטואר הפיננסי בוחר את השינויים בריבית ואת התפלגותם.
- ❖ **סיכון שערי חליפין** - חברות רבות פועלות בשווקים בינלאומיים ולכן חשופות לשינויים במטבעות זרים.

מהו Market VaR?

אחד המודלים החשובים ביותר באקטואריית סיכוני שוק הוא מודל: Value at Risk (VaR) (הערך הנתון בסיכון). כותב מאמר זה פרסם את המחקר האמפירי הראשון בישראל שבדק

אקטואריה מזוהה באופן מסורתי עם תחומי ביטוח החיים, ביטוח הפנסיה, ביטוח הבריאות והביטוח הכללי (האלמנטרי). עם זאת, בעשורים האחרונים התרחב תחום האקטואריה באופן משמעותי והוא כולל כיום גם את מדידת, כימות וניהול של סיכונים פיננסיים. תחום זה מכונה "אקטואריה פיננסית" (Financial Actuarial Science). כותב מאמר זה טבע את המונח "אקטואריה פיננסית" הן במסגרת סדרת מאמרים שפרסם בכתב העת **סטטוס** בשנת 2015 והן במסגרת הקמת לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA) בסוף שנת 2014.

בתוך תחום האקטואריה הפיננסית מצוי תת-תחום המכונה אקטואריית סיכוני שוק (Market Risk Actuarial Science), אשר מורכב מארבעה תחומי ידע מרכזיים: מימון כמותי, הנדסה פיננסית, תמחור אופציות וניהול סיכונים. אקטואריית סיכוני שוק עוסקת במימון גורמי הסיכון (מימון כמותי) במידול ההתפתחות העתידית של גורמי הסיכון הפיננסיים (הנדסה פיננסית), בכימות ובמדידת הסיכונים הנובעים מהם (ניהול סיכונים), ובתמחור ובהערכת שוויים של מכשירים פיננסיים ונגזרים המשמשים לגידור אותם סיכונים (תמחור אופציות). בניגוד לתחומים אחרים באקטואריה שבהם המוקד הוא בהערכת הסתברויות להתרחשותם של אירועים דמוגרפיים או ביטוחיים, אקטואריית סיכוני שוק פועלת בסביבה שבה הסיכונים עצמם מושפעים מצפייות, רגולציה, התנהגות משקיעים, מדיניות מוניטרית, תנאים גיאופוליטיים ושיקולים אסטרטגיים של הנהלות ודירקטוריונים. משום כך, אקטואריית סיכוני שוק אינה תחום מתמטי או סטטיסטי גרידא, אלא נשען ייחודית בתורת המימון המהימני שלב של ידע במימון כמותי (לא מימון תאגידי), בתמחור אופציות, בהנדסה פיננסית (מידול פיננסי), בניהול סיכונים (לא רק בגידורים), בכלכלה פיננסית ובחיזוי שווקים פיננסיים. מודל סטטיסטי, מתקדם ככל שיהיה, אינו יכול להחליף הבנה כלכלית של גורמי הסיכון ושל האופן שבו הם משפיעים על פעילותו העסקית של הארגון. אקטואריית סיכוני שוק עוסקת בכימות ההפסדים הפוטנציאליים הנובעים משינויים בגורמי סיכון פיננסיים המשפיעים על שוויים של נכסים, התחייבויות ותיקי השקעות. גורמי סיכון אלה כוללים, בין היתר, תנודות במחירי ניירות ערך (מניות ואגרות חוב), במדדי מחירים ובמדדי מניות, בשערי ריבית, בשערי חליפין, וכן במחירי סחורות וחומרי גלם. אם באקטואריית ביטוח חיים ההתפלגות הסטטיסטית החשובה ביותר היא ההתפלגות האקספוננציאלית, ואם באקטואריית ביטוח פנסיה ההתפלגות החשובה ביותר היא ההתפלגות פואסון, הרי שבאקטואריית סיכוני שוק ההתפלגות הסטטיסטית החשובה ביותר היא ההתפלגות הנורמלית. הסיבה לכך נעוצה באופיים של גורמי הסיכון הפיננסיים ובאופן שבו נוהג למדוד את השינויים בהם.

מהם סיכוני שוק?

סיכון שוק הוא הסיכון להפסד הנובע משינויים בלתי צפויים במשתנים פיננסיים. בין גורמי הסיכון המרכזיים ניתן למנות:

- ❖ סיכון מחירי ניירות ערך.
- ❖ סיכון מדדי מחירים ואינפלציה.
- ❖ סיכון שערי ריבית.
- ❖ סיכון שערי חליפין.
- ❖ סיכון מחירי סחורות.

גורמים אלה משפיעים על כמעט כל גוף פיננסי בעולם. קרנות פנסיה, חברות ביטוח, בנקים, קרנות השקעה ותאגידים גדולים חשופים במידה כזו או אחרת לשינויים בגורמי הסיכון הללו. למרות השוני ביניהם, לכל משתן הסיכוני יש מכה משותפת חשובה: שיעור השינוי שלהם יכול להיות חיובי או שלילי. מחיר מניה יכול לעלות או לרדת. שער הדולר יכול להתחזק או להיחלש. הריבית יכולה לעלות או לרדת. מודל המחירים יכול לעלות או לרדת. מחיר הנפט יכול לעלות או לרדת. מאפיין זה הופך את ההתפלגות הנורמלית למעומדת טבעית לתיאור השינויים בגורמי הסיכון.

מדוע ההתפלגות הנורמלית מתאימה לסיכוני שוק?

ההתפלגות הנורמלית היא אחת ההתפלגויות החשובות ביותר בסטטיסטיקה. היא מאופיינת בצורת "עממון" סימטרית סביב הממוצע ומוגדרת באמצעות שני פרמטרים בלבד: ממוצע וסטיית תקן. ההתפלגות הנורמלית מתאימה במיוחד למבצעים שבהם המשתנה האקראי עשוי לקבל ערכים מעל הממוצע או מתחתיו. בניגוד לסיכוני חיים ופנסיה, שבהם האירועים הנמדדים הם חד-צדדיים (מוות, נכות,