ריבית דריבית: ריבית תעריפית לעומת ריבית אפקטיבית

האקטואר רועי פולניצר מסביר על ההבדלים בין ריבית תעריפית לריבית אפקטיבית ומדגים כיצד באה לידי ביטוי הריבית האפקטיבית הן באמצעות תשלום ריבית מראש והן על ידי תשלומי עמלות

כולם שמעו מתישהו את המונח "ריבית דריבית", אבל מהו באמת אומר? חישוב בדרך של ריבית דריבית מאפשרת לקבל (או לשלם) ריבית בתקופה T+1 גם על הריבית שנצברה כבר בתקופה T. לפיכך קיימת חשיבות מכרעת לשאלה- מהי תקופת הבסיס אשר בסופה "מצטרפת" הריבית לקרן לשם חישוב הריבית לתקופה הבאה. ככל ש"תקופת הבסיס" קצרה יותר, כך עבור זמן נתון (לדוגמה שנה), הריבית האפקטיבית תגדל. מהי ריבית "תעריפית" או ריבית "פשוטה"? ריבית תעריפית הינה ריבית שאינה לוקחת בחשבון תשלומי ריבית דריבית. לדוגמה: ריבית פשוטה שנתית של 12% משמעותה ריבית רבעונית של 3% או ריבית חודשית של 1%.

ריבית אפקטיבית

מהי ריבית אפקטיבית? ריבית אפקטיבית, כשמה כן היא: זוהי הריבית לאחר התחשבות בכל הגורמים, ובכלל זה גם בחישובי ריבית דריבית. נניח שאנחנו מעוניינים לחשב מהי הריבית שנשלם על הלוואה בסך 1,000 ש"ח למשך שנה הנושאת ריבית שנתית "פשוטה" של 24%, המחושבת (=מצטרפת לקרן) בתום:

- כל שנה
- כל רבעון
- כל חודש
- כל יום
- כל אלפית שנייה

במידה והחישוב מבוצע רק בתום השנה, הרי שנשלם בדיוק 24% x 1,000 ש"ח = 240 ש"ח, דהיינו הריבית האפקטיבית שלנו הינה: 24%. במידה והחישוב מבוצע בתום כל רבעון, הרי שבכל תום רבעון נצבור חלק יחסי מסך הריבית: 24% חלקי 4 רבעונים = 6% לקרן ההלוואה. עם צרוף הריבית לקרן ההלוואה, תחושב ריבית גם על הריבית שנצברה (ריבית דריבית כבר אמרתי?), כך שבפועל נשלם בתום השנה:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n$$

$$FV = 1{,}000 \cdot \left(1 + \frac{0.24}{4}\right)^4 = 1{,}262.47$$

שימו לב כי בסה"כ שולמה ריבית של 262.47 ש"ח במקום 240 ש"ח, דהיינו בפועל שולמה ריבית אפקטיבית גדולה יותר. באופן דומה ניתן לבצע את חישוב הריבית בתום כל חודש:

$$FV = 1{,}000 \cdot \left(1 + \frac{0.24}{12}\right)^{12} = 1{,}268.24$$

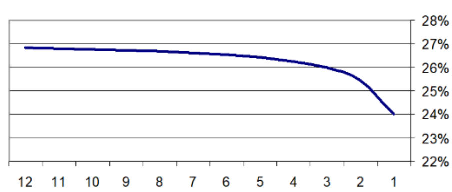
שימו לב כי כאן שולמה ריבית גבוהה עוד יותר של 268.24 ש"ח > 262.47 ש"ח > 240 ש"ח דהיינו בפועל שולמה ריבית אפקטיבית גדולה יותר (26.82%). באופן דומה ניתן לבצע את חישוב הריבית בתום כל יום:

$$FV = 1{,}000 \cdot \left(1 + \frac{0.24}{365}\right)^{365} = 1{,}271.14$$

כאשר חישוב הריבית מבוצע כל אלפית שנייה, למעשה ניתן לומר כי הריבית מחושבת באופן רציף. כפי שניתן לראות, ככל שמספר התקופות עולה, כך מתכנסת הריבית האפקטיבית לערך מסוים, אותו ניתן לחשב באופן הבא:

$$FV = 1{,}000 \cdot \left(1 + \frac{0.24}{\infty}\right)^{\infty} = 1{,}000 \cdot e^{0.24} = 1{,}271.24$$

באופן גרפי ניתן להציג את הריבית האפקטיבית כפונקציה של מספר התקופות באופן הבא:



ניכר כי השפעת המעבר מתקופה אחת ל- 4 תקופות משמעותית יותר ממעבר מ- 4 תקופות לאינסוף תקופות. נסכם את נוסחאות הריבית האפקטיבית-המעבר מריבית פשוטה לריבית אפקטיבית המחושבת ב- n תקופות:

$$\left(1 + \frac{i_{simple}}{n}\right)^n = 1 + i_{effective}$$

וכאשר n שואף לאינסוף (הריבית מחושבת באופן רציף):

$$\left(1 + \frac{i_{simple}}{\infty}\right)^{\infty} = e^{i_{simple}} = 1 + i_{effective}$$

ריבית מראש

נושא הריבית האפקטיבית לא בא לידי ביטוי רק בכל הקשור לחישובי ריבית דריבית, אלא גם בנושאים אחרים כגון:

- תשלומי ריבית מראש
- תשלומי עמלות

לעיתים מתבקש הלווה (בעיקר בשוק האפור) לשלם מראש חלק מהריבית על הלוואה שלקח (או את כולה). כיצד מהלך שכזה עשוי להשפיע על הריבית ה"אמיתית" (=האפקטיבית) שהלווה משלם? נדגים: יוסי לקח הלוואה לשנה בסך 100,000 ₪ לצורך שיפוץ משרדו. הבנק עמו הוא עובד הבטיח ליוסי הלוואה בתנאים "יוצאים מהכלל" של 10%, כאשר את הריבית עליו לשלם מראש, ואת קרן ההלוואה לשלם בסוף התקופה.

יוסי יכול ללוות בשוק בריבית של 11% (כאשר כל התשלום מבוצע בסוף השנה). האם העסקה כדאית עבורו? ממבט ראשון יוסי עלול להסכים לעסקה, מתוך הנחה שריבית של 10% טובה יותר מריבית של 11%. אולם, ראוי שישים לב כי בפועל הוא מקבל סך של 90,000 ₪ בתחילת התקופה (100,000-10,000), ונדרש לשלם בתום השנה סך של 100,000 ₪ החזר קרן. מכאן שהריבית האפקטיבית שמשלם יוסי עומדת על:

$$i_{effective} = \frac{100{,}000}{90{,}000} - 1 = 11.11\% > 11\%$$

משמע, לא כדאי ליוסי להתפתות לעסקה ה"נהדרת" שמציע הבנק. אילו היה לוקח הלוואה "רגילה" בסך 90 אלף ₪ בריבית של 11%, היה נדרש לשלם עליה בתום השנה רק 99 אלף ₪ ולא 100 אלף ₪.

ריבית אפקטיבית ותשלומי עמלות

באופן דומה יש לתמחר גם "עלויות" נוספות המצטרפות לחוזי הלוואות שונים, והיכולים לשאת מגוון שמות וכינויים, ובכללם:

- עמלת הקצאת אשראי
- דמי בולים
- דמי "פתיחת תיק" ו"דמי שמאות" בתחום המשכנתאות
- דמי ביטוח (בעיקר בתחום המשכנתאות)

מאחר ועמלות אלו מקטינות את התקבול ה"אמיתי" שהלווה מקבל ו/או מגדילות את התשלומים התקופתיים, הרי שלמעשה הריבית האפקטיבית אותה הוא משלם גדלה.

לדוגמא: חוזה משכנתא ל- 20 שנה בסך של 1 מליון ₪ ניתנה בריבית שנתית פשוטה של 6% (מחושבת חודשית), כאשר במועד החתימה על חוזה המשכנתא נדרשים התשלומים הבאים:

- עמלת "דמי פתיחת תיק" בסך 10,000 ₪
- דמי טיפול עו"ד בסך 7,000 ₪
- דמי בולים בסך 20,000 ₪
- תשלום חודשי קבוע של 500 ₪ בגין ביטוח דירה (שלא היה נדרש ללא המשכנתא)

מהי הריבית האפקטיבית על ההלוואה?

על פי תנאי ההלוואה:

$$PV = 1{,}000{,}000,\ i_{simple} = 6\%/12 = 0.5\%$$
$$n = 20 \cdot 12 = 240$$

מכאן ניתן לחשב מהו התשלום התקופתי:

$$PV = PMT \cdot a_{\overline{240}|,0.005} = PMT \cdot (1 - v_{0.005}^{240})$$
$$1{,}000{,}000 = PMT \cdot (1 - v_{0.005}^{240}) \rightarrow PMT = 7{,}164$$

אולם בפועל קיבלנו רק 963,000 ש"ח (1,000,000 ש"ח פחות 37,000 ש"ח) ובכל תקופה שילמנו: 7164+500 = 7664 ש"ח מכאן שיש לחשב את הריבית הגלומה בתזרים הבא:

$$PV = 963{,}000, PMT = 7{,}664, n = 240$$
$$963{,}000 = 7{,}664 \cdot a_{\overline{240}|,i} \rightarrow i_{effective} = 0.61\%$$

התוצאה: ריבית חודשית של 0.61% (תוך חישוב במחשב). כעת, כל שנותר הוא להעביר את הריבית למונחים אפקטיביים שנתיים:

$$i_{year} = (1 + i_{month})^{12} - 1$$
$$i_{year} = (1 + 0.0061)^{12} - 1 = 7.59\% > 6\%$$