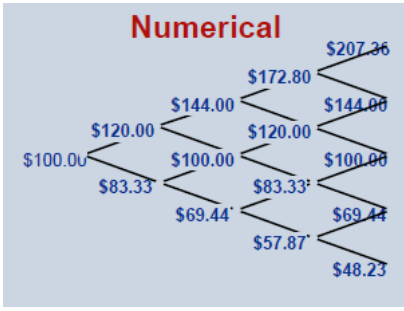




הערכת שווי אופציות בהליכי גירושין: מודלים סגורים, מודלים של עצי החלטה ומודלים מבוססי-סימולציה

בכתבה [עו"ד ענבר דרוז](#) מסבירה מהן 3 השיטות המקובלות להערכת כלכלית של שווי אופציות (פיננסיות/ריאליות/לעובדים) בגירושין.

מרק רובינשטיין ופורסם בשנת 1979. מודל זה נחשב למועדף על מערכי שווי של אופציות אשר משתמשים בו להערכת שווי מכשירים פיננסיים מורכבים ולמידול (קרי, חיזוי ההתנהגות/ההתפתחות העתידית) של שערי ריבית.



במקרה בו משרד עו"ד ענבר דרוז ייצג, האופציות נשואות המחלוקת הרכושית בהליך הגירושין היו דווקא כתבי אופציות לעובדים מחברת סטארט-אפ. משרדנו התעקש על מודל עץ החלטות ספציפי (המודל המקובל כיום בעולם להערכת שווי אופציות לעובדים ESO) והצלחנו!

על מנת לבצע הערכת שווי אופציות על פי המודל הבינומי יש לבחור את מספר צעדי הזמן (time-steps, תקופות זמן) של במודל וזאת לבנות פעם אחת עץ סטטיסטי להתפתחות השוויים העתידיים של נכס הבסיס ממועד הקרע ועד מועד פקיעת האופציה, לאורך כל משך חיי האופציה (ברזולוציה יומית, שבועית או חודשית – תלוי בשיקול דעתו של מעריך השווי) ופעם שניה עץ החלטות (באינדוקציה לאחור) להערכת שווי האופציה בכל צעד זמן במהלך חיי האופציה, כפונקציה של העץ הראשון.

על פי המודל הבינומי, בעת פקיעת האופציה עומדת בפני מחזיק האופציה שתי אפשרויות: מימוש האופציה או אי מימושה. כמובן שמחזיק האופציה יבחר באסטרטגיה שתניב לו את התקבול הגבוה ביותר במונחי שווי. לאחר קביעת שווייה של האופציה בכל אחד מהצמתים הסופיים של העץ מעריך השווי "מגלגל" את האופציה דרך תקופות הזמן השונות שהעץ מכסה עד שהוא מקבל את שווי האופציה במועד הקרע. בכל צומת בעץ ההחלטות השני מעריך השווי מחשב את שווייה של האופציה לאותו מועד ע"י שיעור היוון.

למעשה שווי האופציה במודל הבינומי נאמד על ידי תהליך רקורסיבי (של הליכה לאחור) ממועד פקיעת האופציה ועד למועד הקרע על בסיס צמתי החלטה של העץ, כאשר בכל צומת החלטה מחזיק האופציה צפוי לבחור בגבוה מבין הרווח ממימוש מיידי מוקדם של האופציה לבין המשך החזקה באופציה (קרי, השווי הממוצע

לא יכול להיות שלילי: או חיובי או אפס – כי אופציה היא זכות ולא חובה) של ההפרש שבין מכפלת השווי הנוכחי של נכס הבסיס (שעליו כתובה האופציה) ביחס הגידור (קרי, הנגזרת החלקית של פונקציית שווי האופציה לפי שווי נכס הבסיס) לבין מכפלת מחיר המימוש העתידי (הנקוב בתנאי האופציה) בגורם ההיוון (ערך הזמן של הכסף) ובהסתברות למימוש האופציה.

למעשה שווי האופציה במודל בלק אנד שולס מחושב כתוחלת המהוונת של התמורה הכלכלית התזרימית העתידית (DCF) הצפויה לנבוע מהאופציה המוערכת. התוחלת התזרימית העתידית הצפויה לנבוע מהאופציה מהוונת בחזרה למועד הקרע באמצעות שיעור היוון.

הפרמטר החשוב ביותר בהערכת שווי של אופציות הוא התנודתיות הצפויה. התנודתיות הנורמטיבית הצפויה של נכס הבסיס (וחשוב להדגיש, התנודתיות של שיעור התשואה של נכס הבסיס ולא התנודתיות של מחירי נכס הבסיס כי ישנם אקטוארים של ביטוח שלא יודעים את זה) היא זו שקובעת כיצד יתפלגו השוויים העתידיים הפוטנציאליים של נכס הבסיס, כלומר, היא אמורה לשקף באופן כלכלי נאות את ההתנהגות העתידית המייצגת הצפויה של נכס הבסיס לאורך חיי האופציה.

ראוי לציין כי בכל הערכת שווי של אופציות, בין אם מדובר באופציות גלומות, באופציות אסטרטגיות או באופציות למנהלים, אנו נתקלים במונח התנודתיות הצפויה שחובה חובה להכיר אותו, שכן קביעה שגויה של התנודתיות הצפויה עלולה לגרום להבדל של מאות אלפי שקלים בהערכת שווי אופציות. אז תשאלו/י את עורכת הדין שלכם אם היא בעל הבנה וניסיון בקריאת הערכות שווי כלכליות של אופציות. אם היא לא, אז...

2. מודלים של עצי החלטה

מודלים של עצי החלטה (Decision-Tree Models) זהו שם כולל לקבוצת מודלים נומריים להערכת שווי אופציות שהמשתף להם הוא שם מבוססים על עץ החלטות (כגון: בינומי, תרינומי, קוואטרנומי, פנטונומי ועוד) של מחזיק האופציה (המכונה גם "בעל האופציה) וכפועל יוצא מכך על הנחה של קירוב לרציפות (הן מבחינת השינויים בזמן והן מבחינת השינויים בשווי נכס הבסיס). מודל עץ החלטות הנפוץ ביותר להערכת שווי אופציות הוא המודל הבינומי של קוקס, רוס ורובינשטיין.

המודל פותח ע"י שלושה פרופסורים יהודים למימון ג'ון קוקס, סטיבן רוס

הערכת שווי אופציות הינה חלק אינטגרלי מהליך איזון המשאבים בין בני זוג עקב גירושין, בשל העובדה שהאופציות מהוות חלק ממסת הנכסים לחלוקה של בני הצדדים. בדיוק כפי שדירת המגורים היא נכס משותף כך גם אופציות (בין אם מדובר באופציות פיננסיות, אופציות ריאליות או אופציות לעובדים) הן נכס משותף שיש לתת עליו את הדעת בהליך הגירושין. לשון אחר, על מנת שניתן יהיה לאזן בין כלל המשאבים (המוחשיים והבלתי מוחשיים כאחד) של בני הזוג, בהתאם לעיקרון איזון המשאבים – הרי שיש צורך לאמוד את שווייה של האופציה. למה צריך לאמוד את שווייה? כי מדובר במספר שאיננו ידוע בוודאות לאיש בעולם ועל כן יש לצורך לחזות/לנבא/לשערך אותו באמצעות מודל מתמטי-סטטיסטי מקובל.

איך מעריכים שווי של אופציות?

בגדול, קיימות כמה שיטות להערכת שווי אופציות, כאשר לכל אחת יש את המאפיינים שלה. להלן סקירה כללית של 3 השיטות הנפוצות ביותר.

1. מודלים סגורים

מודלים סגורים (Closed-Form Models) זהו שם כולל לקבוצה של מודלים אנליטיים להערכת שווי אופציות שהמשתף להם הוא שם מבוססים על נוסחה מתמטית קשיחה וכפועל יוצא מכך על החתת רציפות (הן מבחינת השינויים בזמן והן מבחינת השינויים בשווי נכס הבסיס). המודל הסגור הנפוץ ביותר להערכת שווי אופציות הוא מודל בלק אנד שולס. המודל פותח ע"י שני פרופסורים יהודים למתמטיקה (פיזר בלק ז"ל ומריון שולס) ופורסם בשנת 1973. מודל זה נחשב למועדף על מנהלי סיכונים פיננסיים אשר משתמשים בו להערכת שווי אופציות פיננסיות ולגידור סיכונים פיננסיים.

Analytic

$$\frac{1}{(N-1)\sigma_x\sigma_y} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1} \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N-1}}$$

על מנת לבצע הערכת שווי אופציות על בסיס מודל בלק אנד שולס יש לבנות פונקציה מתמטית לשווי האופציה המבוססת הן על פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית והן על פרמטרים פיננסיים שאותם יש לאמוד אמפירית, מנתוני שוק.

על פי מודל בלק אנד שולס, שווי האופציה נקבע כערך המוחלט (מאחר ושווי אופציה

בהערכת שווי של אופציות בהליכי גירושין קיימות מורכבויות רבות, ובהן:

- ✓ אופציות אקזוטיות שלא פשוט להעריך.
- ✓ הערכת שווי אופציות היא בכל מקרה הערכה בלבד ולא מדע מדויק (למרות שהיא הרבה יותר מדויקת מהערכת שווי של תאגידים ונכסים בלתי מוחשיים).
- ✓ לצד אחד יש אינטרס להקטין את הערכת השווי בעוד שלצד השני יש אינטרס להגדילה.
- ✓ מומחים לאופציות המבצעים את הערכת השווי יכולים לשנותה לכאן ולכאן, באמצעות בחירת שיטות הערכה שונות ואמידת פרמטרים שונים המיטיבים עם הלקוח אשר שכר את שירותיהם.
- ✓ קיימות אפשרויות לאי מסירת נתונים או להסתרת נתונים או להבאת נתונים לא נכונים, העלולים להקטין את שווי האופציות המוערכות. על כן צריך להבין בתחום האופציות ובעיקר – לדעת להגיע לנתונים! אל תתנו שירמו אתכם!
- ✓ הצדדים עשויים להעלות טענות שונות בפני האקטואר הממונה על ידי בית המשפט למשפחה או בית הדין הרבני, ובכך לשנות את הערכתו לכאן או לכאן.
- ✓ אין זה נדיר שאחד הצדדים, מנצל את אי הבנתו של הצד השני בתחום האופציות על מנת לצאת באיומים מרתיעים, במטרה להביא לווייתור על זכויות, חשוב שעורכת הדין שלך תבין בתחום האופציות באמת!

לאור האמור לעיל, קיימת חשיבות רבה לפנייה אל עורכת דין בעלת הבנה אקטוארית מצוינת וניסיון רב בקריאת הערכות שווי כלכליות של נכסים פיננסיים בכלל וחוות דעת לאמידת ערך אופציות בפרט ע"פ שיטות הערכת השווי השונות ובתיקי גירושין המערבות חלוקת רכוש מורכבת.

לאורך השנים ייצגה עורכת הדין ענבר דרור, שורה ארוכה של לקוחות "חלשים" תוך מניעת, שינוי ואף פסילת הערכות שווי מעוותות כלפי מטה (כמו גם מומחים שלא מבינים באופציות) כמו גם מיצוי הזכויות הכלכליות המגיעות בכלל הרכוש המשותף.

בנוסף, עו"ד דרור ייצגה מתגרשות מעובדים, יועצים, מנהלים, דירקטורים ומשקיעים שקיבלו אופציות למניות מחברות, והגנה על הזכויות הכלכליות הגלומות בחוזי האופציות המגיעות לאותן מתגרשות.

כלל לקוחות המשרד זוכים לטיפול אישי וקרוב בזמניות גבוהה ולמעטפת מלאה מהפן המשפטי והמימוני-אקטוארי כאחד. זאת, על ידי עורכת דין ענבר דרור וצוות משרה הדואגים להתמקצע בהשתלמויות אקטואריות. משרדנו בעל בקיאות מצוינת בהערכות שווי ובנושאים אקטואריים שונים, ובמקרים הנדרשים לכך אנו עובדים בשיתוף עם מומחים (כגון: מעריכי שווי של תאגידים, מעריכי שווי של מכשירים פיננסיים מורכבים, אקטוארים וכו').

לפרטים נוספים ולקבלת ייעוץ, ליווי וייצוג בהליכי גירושין המערבים סכסוכי חלוקת רכוש מורכבים הכוללים אופציות, הנכם מזמנים לפנות למשרדי בטל: 058-4882882.

על מנת לבצע הערכת שווי אופציות בהתבסס על **מודל מונטה-קרלו** יש לבחור את מספר הסימולציות (simulations, המסלולים) ומספר האיטרציות (צעדי הזמן) במודל ואז לבנות פעם אחת מטריצה (שכל שורה שלה מהווה סימולציה ושכל עמודה שלה מהווה איטרציה) להתפתחות השוויים העתידיים של נכס הבסיס ממועד הקרע ועד מועד פקיעת האופציה, לאורך כל משך חיי האופציה (ברזולוציה יומית, שבועית או חודשית) – תלוי בשיקול דעתו של מעריך (השווי) ופעם שניה וקטור עמודה (הבנוי מעמודה אחת וממספר שורות זהה למספר השורות במטריצה) להערכת שווי האופציה במועד הפקיעה, כפונקציה של העמודה האחרונה במטריצה.

מודל מונטה-קרלו בנוי מדגימה אקראית של גורמי סיכון מתוך התפלגות מתאימה. על סמך הדגימה נוצרים במטריצה מסלולים דמיוניים של שווי נכס הבסיס על פני זמן. בהתאם לכך, בונים בוקטור העמודה בכל שורה שלו את תזורים המזוומים צפוי מהאופציה באותו מסלול במטריצה. הממוצע של כל התזורים הללו מכל המסלולים הוא שווי האופציה במועד הפקיעה. לאחר קביעת שווי האופציה במועד הפקיעה נהוון את השווי שקיבלנו ממועד הפקיעה למועד הקרע באמצעות שיעור היוון. הממוצע המהוון הוא שווי האופציה.

למעשה שווי האופציה **במודל מונטה-קרלו** נאמד באמצעות תהליך נון-רקורסיבי (של הליכה קדימה) ממועד הקרע ועד למועד פקיעת האופציה על בסיס העמודות במטריצה, כאשר וקטור העמודה משמש בתור "וקטור החלטה" שבו בכל אחת מהשורות מחזיק האופציה בוחר בגובה מבין הרווח ממימוש האופציה בפקיעה לבין אפס.

סימולציות מונטה קרלו הינה טכניקה מדעית, המסייעת בקבלת החלטה בתנאי אי וודאות המשלבת שימוש במספרים אקראיים, בהתפלגויות ערכים אפשריות ובהסתברויות, ומסייעת בפרתרון בעיות הקשורות לניהול סיכונים ותחזיות לעתיד. הטכניקה מבוססת על בניית מודל נתונים המתאר את הבעיה האקטוארית הניצבת בפני מקבל ההחלטות. המודל מכיל משתני כניסה (קרר, תשימות), חישובים ועיבודים שונים הנעשים על משתני הכניסה ותחזיות (קרר, תפוקות) המשמשות כתוצאות של המודל. מאחר ואנו פועלים בסביבה שבה חלק ממשתני הכניסה אינם ידועים, וקיימת אי ודאות לגביהם, מעריכי שווי מגדירים עבור אותם משתנים טווחים אפשריים והתפלגויות חזויות לערכים המספריים.

הערך המוסף העיקרי של **סימולציות מונטה קרלו** הוא שהיא מציגה עבור משתני הכניסה של המודל לא רק את ערכי התוצאה החזויים כמו בניתוחי רגישות וכלים מתמטיים וסטטיסטיים אחרים, אלא גם מהי ההסתברות שיתקבלו אותם ערכים חזויים. ובכך, הסימולציה מצמצמת באופן ניכר את חוסר הודאות של מקבל ההחלטה.

מדוע חשוב לפנות לעורכת דין לגירושין בעלת הבנה באופציות?

של הצמתים העוקבים בעץ, משוקלל לפי ההסתברויות לעליה ולירידה בשווי נכס הבסיס) לבין אפס.

נערה הייתי וגם זקנתי וכבר ראיתי רואי חשבון שלא יודעים שהסתברות לא יכולה להיות שלילית או גבוהה מ-1 וכי סך כל ההסתברויות חייב להסתכם ל-1. על כן, אני ממליצה שלא להשתמש ברואי חשבון להערכת שווי אופציות, אלא אם במעריכי שווי מוסמכים של מכשירים פיננסיים מורכבים. זהו גם הכלל המנחה שלי להערכת שווי חסכונות פנסיוניים (שם אני משתמשת באקטוארים מוסמכים של סיכוני חיים) ולהערכת שווי חברות (שם אני נוהגת למנות מעריכי שווי מוסמכים של תאגידים). משעה שהבנתי שרישיון רו"ח לא מהווה אישור או תו תקן למומחיות פיננסית בביצוע הערכות שווי של עסקים, קניין רוחני, אופציות ובכלל זה פנסיות – אני נוהגת שלא למנות רואי חשבון כמומחים בתיקים שבהם אני מייצגת.

חשוב לומר כי לא בכל מקרה אפשר לנתב לשיטה הטובה ביותר עבור לקוח או לקוחת המשרד, אבל אנחנו מכירים את השיטות להוביל את הצד השני או את בית המשפט לבחינת הערכת השווי לפי השיטה הטובה ביותר עבור הלקוח/ה של המשרד ובכך למקסם את השווי הכלכלי שיקבל לקוח או לקוחת המשרד.

חשוב גם לומר שבכל השיטות הקיימות להערכת שווי אופציות – על מנת להשיג תוצאה שנאמנה יותר למציאות – מומלץ להתייחס לא רק לתנודתיות הצפויה של נכס הבסיס לתקופה הדומה למשך החיים שנותר לאופציה אלא גם ל-90 הימים שקדמו למועד הקרע (למה? תשאלו את טומפקינס).

3. מודלים מבוססי-סימולציה

מודלים מבוססי-סימולציה (Simulation-Based Models) זהו שם כולל לקבוצת שיטות **סימולטיביות** להערכת שווי אופציות שהמשותף להן הוא שהן מבוססות הן על הנחת התהליך הסטוכסטי (בעל אופי משתנה ולא וודאי) העומד מאחורי התנהגות שווי נכס הבסיס והן על הנחת התפלגות שעל בסיסה מגרילים מספרים אקראיים. **מודל הסימולציה הנפוץ ביותר להערכת שווי אופציות הוא מודל מונטה-קרלו של בויל.** מודל מונטה-קרלו פותח ע"י האקטואר והפרופ' האירי למימון פלים בויל ופורסם ב-1977. מודל זה נחשב למועדף על אקטוארים אשר משתמשים בו להערכת שווי חוזי ביטוח ולמידול ההתנהגות העתידית של גורמי סיכון פיננסיים ואחרים.

