



מתאם חדלות פירעון (Default Correlation)

רועי פולניצר, MBA, FRM

שווי פנימי – מעריכי שווי בלתי תלויים

1. מבוא

- המונח **מתאם חדלות פירעון** (Default Correlation) משמש לתיאור נטייתן של שתי חברות להגיע למצב של חדלות פירעון בדיוק באותו זמן.
- ישנן מספר סיבות לקיומו של מתאם חדלות פירעון.
- חברות באותו ענף או באותו אזור גיאוגרפי נוטות להיות מושפעות באופן דומה מאירועים חיצוניים וכתוצאה מכך הן עשויות לחוות קשיים פיננסיים באותו זמן.
- תנאים כלכליים, באופן כללי, גורמים להסתברויות הממוצעות לחדלות פירעון להיות גבוהות יותר בשנים מסוימות מאשר בשנים אחרות.

1. מבוא

- חדלות פירעון של חברה אחת, עשויה לגרום לחדלות פירעון של חברה אחרת – אפקט הדבקת האשראי (Credit Contagion Effect).
- מתאם חדלות פירעון, משמעותו שלא ניתן לגמרי לבזר את סיכוני האשראי וזוהי הסיבה המרכזית מדוע הסתברויות נייטרליות לסיכון (Risk-Neutral) חדלות פירעון גבוהות משמעותית מהסתברויות "עולם-אמיתי" (Real-World) לסיכון חדלות פירעון.
- מתאם חדלות הפירעון חשוב לצורך קביעת התפלגות ההפסדים מתיק הכולל חשיפות לצדדים נגדיים לעסקאות (Counterparties) שונים, כתוצאה מחדלות פירעון.

1. מבוא

- קיימים שני סוגים של מודלים למתאם חדלות פירעון, מודלים מבניים (Structural Models) ומודלים בתצורה מצומצמת (Reduced Form Models).
- מודלים בתצורה מצומצמת מניחים שההסתברויות המותנות לחדלות פירעון (Default intensities) עבור חברות שונות מקיימות תהליכים סטוכסטיים ומתואמים עם משתנים מאקרו-כלכליים.
- כאשר ההסתברות המותנית לחדלות פירעון של חברה א' גבוהה, הרי שקיימת נטייה להסתברות המותנית לחדלות פירעון של חברה ב' להיות גבוהה גם כן.
- זה גורר מתאם חדלות פירעון בין שתי החברות.

מודלים להערכת שווי אופציות

- מודלים בתצורה מצומצמת מושכים מבחינה מתמטית ומשקפים את הנטייה של מחזורים כלכליים ליצור מתאמי חדלות פירעון.
- החיסרון העיקרי שלהם הוא שטווח מתאמי חדלות הפירעון הניתן להשגה הינו מוגבל.
- אפילו כאשר ישנו מתאם מושלם בין ההסתברויות המותנות לחדלות פירעון של שתי החברות, ההסתברות שהן יגיעו למצב של חדלות פירעון במשך אותה תקופת זמן קצרה היא בדרך כלל נמוכה מאוד.
- זו עלולה להיות הבעיה בחלק מהנסיבות.

1. מבוא

- לדוגמא, כאשר שתי חברות פועלות באותו ענף ובאותה מדינה או כאשר האיתנות הפיננסית של חברה אחת מסיבה כלשהי תלויה באיתנות הפיננסית של חברה אחרת, הרי שמתאם חדלות פירעון גבוה יחסית עשוי להיות מוצדק.
- גישה אחת לפתרון הבעיה הינה על ידי הרחבת המודל כך שההסתברות המותנית לחדלות פירעון תציג קפיצות גדולות.
- מודלים מבניים מבוססים על מודל הדומה למודל Merton (1974).
- חברה מגיעה למצב של חדלות פירעון אם השווי של נכסיה יורד מתחת לרמה מסוימת.

1. מבוא

- מתאם חדלות פירעון בין חברות א' וב' מוזן לתוך המודל באמצעות הנחה שהתהליך הסטוכסטי שמקיימים הנכסים של חברה א' מתואם עם התהליך הסטוכסטי שמקיימים הנכסים של חברה ב'.
- היתרון של המודלים המבניים על המודלים בתצורה מצומצמת הינו שניתן להכניס לתוך הראשונים מתאם גבוה ככל שנרצה.
- החיסרון העיקרי של המודלים המבניים הוא שהם עלולים להיות איטיים מבחינה מיחשובית.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- המודל שהפך להיות כלי פרקטי פופולארי הוא מודל הקופולה הגאוסיאנית (Gaussian Copula Model) עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון (TTD- Time To Default).
- ניתן לאפיין את המודל כמודל מבני פשטני.
- המודל מניח שכל החברות יגיעו למצב של חדלות פירעון בסופו של דבר ועל כן הוא מנסה לכמת את המתאם בין ההתפלגויות של זמני ההגעה לחדלות פירעון עבור שתי חברות שונות
- המודל ניתן לשימוש ביחד עם הסתברויות נייטרליות לסיכון חדלות פירעון או לחילופין עם הסתברויות "עולם-אמיתי" לסיכון חדלות פירעון.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- את הזנב השמאלי של התפלגות "העולם האמיתי" עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון של חברה כלשהי – ניתן לאמוד מתוך נתונים המופקים על ידי סוכנויות הדירוג, כמו למשל הטבלה הבאה המציגה את ההסתברויות המצטברות הממוצעות לחדלות פירעון (%), 1970-2010 של Moody's:

	Time (years)						
	1	2	3	4	5	7	10
Aaa	0.000	0.013	0.013	0.037	0.104	0.244	0.494
Aa	0.021	0.059	0.103	0.184	0.273	0.443	0.619
A	0.055	0.177	0.362	0.549	0.756	1.239	2.136
Baa	0.181	0.510	0.933	1.427	1.953	3.031	4.904
Ba	1.157	3.191	5.596	8.146	10.453	14.440	20.101
B	4.465	10.432	16.344	21.510	26.173	34.721	44.573
Caa	18.163	30.204	39.709	47.317	53.768	61.181	72.384

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- את הזנב השמאלי של ההתפלגות הנייטרלית לסיכון עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון מתוך מחירי איגרות חוב, באמצעות הנוסחה הבאה:

$$\bar{\lambda} = \frac{S}{1-R}$$

- כאשר $\bar{\lambda}$ היא ההסתברות המותנית הממוצעת לחדלות פירעון (Hazard Rate, שיעור הסכנה) לשנה, S היא המרווח של תשואת איגרת החוב הקונצרנית מעל לשיעור הריבית חסרת הסיכון, ו- R הוא שיעור ההשבה הצפוי.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- נגדיר את t_1 כזמן ההגעה לחדלות פירעון של חברה 1 ואת t_2 כזמן ההגעה לחדלות פירעון של חברה 2.
- אם ההתפלגות השולית של t_1 וההתפלגות השולית של t_2 הן נורמליות, הרי שאנו יכולים להסיק כי ההתפלגות המשותפת של t_1 ו- t_2 היא נורמלית דו-מימדית (Bivariate).
- כאשר זה קורה, ההתפלגות של זמן ההגעה לחדלות פירעון של חברה היא אפילו לא שואפת לנורמלית.
- כאן מודל הקופולה הגאוסיאנית נכנס לתמונה.
- נהפוך את t_1 ו- t_2 למשתנים חדשים x_1 ו- x_2 באמצעות

$$x_1 = N^{-1}[Q_1(t_1)], \quad x_2 = N^{-1}[Q_2(t_2)]$$

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- כאשר Q_1 ו- Q_2 הם ההתפלגויות המצטברות של t_1 ו- t_2 , בהתאמה, ו- N^{-1} הוא ההופכי של פונקצית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית ($u = N^{-1}(v)$) כאשר $v = N(u)$.
- זוהי טרנספורמציית "אחוזון לאחוזון" (Percentie-to-Percentile).
- נהפוך את נקודת האחוזון ה- 5 בהתפלגות של t_1 ל- $x_1 = -1.645$, שהוא נקודת האחוזון ה- 5 בהתפלגות הנורמלית סטנדרטית.
- נהפוך את נקודת האחוזון ה- 10 בהתפלגות של t_1 ל- $x_1 = -1.282$, שהוא נקודת האחוזון ה- 10 בהתפלגות הנורמלית סטנדרטית, וכך הלאה.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- הטרנספורמציה של t_2 ל- x_2 תיעשה בצורה דומה.
- על ידי הבנייה, ל- x_1 ול- x_2 יש תוחלת של אפס וסטיית תקן יחידה.
- המודל מניח שההתפלגות המשותפת של x_1 ו- x_2 היא נורמלית דו-מימדית.
- הנחה זו מכונה שימוש בקופולה גאוסיאנית.
- ההנחה זו נוחה היות ומשמעותה היא שההתפלגות המשותפת של t_1 ו- t_2 מוגדרת במלואה על ידי ההתפלגויות המצטברות Q_1 ו- Q_2 עבור t_1 ו- t_2 יחד עם פרמטר מתאם בודד.
- האטרקטיביות של מודל הקופולה הגאוסיאנית היא שהוא ניתן להרחבה לחברות רבות.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- נניח שיש לנו n חברות וש- t_i הוא זמן ההגעה לחדלות פירעון של החברה ה- i .
- נהפוך כל t_i למשתנה חדש, x_i , בעל התפלגות נורמלית סטנדרטית.
- הטרנספורמציה היא כמובן טרנספורמצית "אחוזון לאחוזון".

$$x_i = N^{-1}[Q_i(t_i)]$$

2. מודל הקופולה הגאואסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- כאשר Q_j הוא ההתפלגויות המצטברות של t_j .
- מתאם חדלות הפירעון בין t_j ו- t_j נמדד כמתאם בין X_j ו- X_j .
- מתאם זה מכונה **מתאם הקופולה** (כקירוב, מתאם הקופולה בין t_j ו- t_j לעיתים קרובות מונח כמקדם המתאם בין תשואות מחירי המניה של החברות i ו- j).
- הקופולה הגאואסיאנית הינה דרך שימושית להצגת מבנה המתאמים בין משתנים שאינם מפולגים נורמלית.
- הקופולה הגאואסיאנית מאפשרת לאמוד את מבנה המתאם של המשתנים בנפרד מההתפלגויות השוליות (הלא מותנות) שלהם.
- למרות שהמשתנים בעצמם אינם נורמליים רב-מימדיים (Multivariate), הגישה מניחה כי לאחר שתבוצע טרנספורמציה לכל משתנה, כל המשתנים יהיו נורמליים רב-מימדיים.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- נניח ואנו רוצים לסמלץ חדלויות פירעון במהלך 5 השנים הבאות ב- 10 חברות.
- נניח כי קופולת מתאמי חדלות הפירעון בין כל זוג חברות הוא 0.2.
- עבור כל חברה ההסתברות המצטברת לחדלות פירעון במהלך ה- 1, 2, 3, 4 ו- 5 השנים הבאות היא 1%, 3%, 6%, 10% ו- 15%, בהתאמה.
- כאשר משתמשים בקופולה הגאוסיאנית אנו דוגמים מתוך התפלגות נורמלית רב-מימדית כדי לקבל את x_i ($1 \leq i \leq 10$) כאשר מתאמי הצמדים בין ה- x_i הם 0.2.
- כעת נמיר את x_i ל- t_i , זמן ההגעה לחדלות פירעון.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית נמוכה מ- $-2.33 = N^{-1}(0.01)$, אזי חדלות הפירעון מתרחשת במהלך השנה הראשונה.
- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית היא בין -2.33 לבין $-1.88 = N^{-1}(0.03)$, אזי חדלות הפירעון מתרחשת במהלך השנה השנייה.
- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית היא בין -1.88 לבין $-1.55 = N^{-1}(0.06)$, אזי חדלות הפירעון מתרחשת במהלך השנה השלישית.
- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית היא בין -1.55 לבין $-1.28 = N^{-1}(0.10)$, אזי חדלות הפירעון מתרחשת במהלך השנה הרביעית.

2. מודל הקופולה הגאוסיאנית עבור זמן ההגעה לחדלות פירעון

- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית היא בין -1.28 לבין $-1.04 = N^{-1}(0.15)$, אזי חדלות הפירעון מתרחשת במהלך השנה החמישית.
- כאשר הדגימה המתקבלת מתוך ההתפלגות הנורמלית גדולה יותר מ- -1.04 , אזי אין חדלות הפירעון במהלך 5 השנים.

3. מבנה מתאם מבוסס גורם

- על מנת להימנע מהגדרת מתאם שונה בין x_i ו- x_j עבור כל צמד של חברות i ו- j במודל הקופולה הגאוסיאנית, נשתמש במודל חד-גורמי (One-Factor Model).
- ההנחה היא ש:

$$x_i = Fa_i + Z_i \sqrt{1 - a_i^2}$$

- במשוואה זו, F הוא גורם שכיח המשפיע על חדלויות הפירעון של כל החברות ו- Z_i הוא גורם המשפיע רק על חברה i .
- למשתנה F ולמשתנים Z_i יש התפלגויות נורמליות סטנדרטיות בלתי תלויות.

3. מבנה מתאם מבוסס גורם

- ה- a_i הם פרמטרים קבועים בין -1 ל- +1.
- המתאם בין x_i ו- x_j הוא $a_i a_j$ (כקירוב, הפרמטר a_i לעיתים קרובות מונח כמקדם המתאם בין תשואת מחירי המניה של חברה i ומדד שוק המבוזר היטב).
- נניח שההסתברות שחברה i תגיע לחדלות פירעון עד לזמן מסוים T היא $Q_i(T)$.
- על פי מודל הקופולה הגאוסיאנית, חדלות פירעון מתרחשת עד לזמן T , כאשר $N(x_i) < Q_i(T)$ או $N^{-1}[Q_i(T)]$.

3. מבנה מתאם מבוסס גורם

- מתוך המשוואה הקודמת, התנאי הוא:

$$x_i < N^{-1}[Q_i(T)]$$

$$Fa_i + Z_i \sqrt{1 - a_i^2} < N^{-1}[Q_i(T)]$$

$$Z_i \sqrt{1 - a_i^2} < N^{-1}[Q_i(T)] - Fa_i$$

$$Z_i < \frac{N^{-1}[Q_i(T)] - Fa_i}{\sqrt{1 - a_i^2}}$$

3. מבנה מתאם מבוסס גורם

- בהינתן ערכו של הגורם F , ההסתברות לחדלות פירעון היא כדלקמן:

$$Q_i(T/F) = N \left(\frac{N^{-1}[Q_i(T)] - Fa_i}{\sqrt{1 - a_i^2}} \right)$$

- מקרה פרטי של מודל הקופולה הגאוסיאנית הוא כשהתפלגויות חדלות הפירעון הינן זהות עבור כל i ומקדם המתאם בין X_i ו- X_j זהה עבור כל i ו- j .
- נניח ש- $Q_i(T) = Q(T)$ עבור כל i ושהמתאם השכיח הוא ρ , כך ש-:

$$a_i = \sqrt{\rho}$$

3. מבנה מתאם מבוסס גורם

- ולפיכך, נקבל ש:-

$$Q_i(T/F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q_i(T)] - F\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

4. מדד מתאם בינומי

- מדד מתאם אלטרנטיבי המשמש את סוכנויות הדירוג הינו **מדד מתאם בינומי** (*Binomial Correlation Measure*).
- עבור שתי חברות A ו-B, זהו מקדם המתאם בין:
 1. משתנה השווה ל-1 אם חברה A מגיעה לחדלות פירעון בין זמן 0 לזמן T, ושווה ל-0 אחרת; ו-
 2. משתנה השווה ל-1 אם חברה B מגיעה לחדלות פירעון בין זמן 0 לזמן T, ושווה ל-0 אחרת.
- המדד הוא:

$$\beta_{AB}(T) = \frac{P_{AB}(T) - Q_A(T)Q_B(T)}{\sqrt{[Q_A(T) - Q_A(T)^2][Q_B(T) - Q_B(T)^2]}}$$

4. מדד מתאם בינומי

- כאשר $P_{AB}(T)$ היא ההסתברות המשותפת (כלומר, החיתוך) של A ו- B להגיע לחדלות פירעון בין זמן 0 לזמן T , $Q_A(T)$ היא ההסתברות המצטברת של חברה A להגיע לחדלות פירעון עד זמן T ו- $Q_B(T)$ היא ההסתברות המצטברת של חברה B להגיע לחדלות פירעון עד לזמן T .
- באופן ברור, $\beta_{AB}(T)$ תלוי ב- T , אורך תקופת הזמן שהונחה.
- בדרך כלל, $\beta_{AB}(T)$ עולה ככל ש- T עולה.
- מתוך הגדרת מודל הקופולה הגאוסיאנית:

$$P_{AB}(T) = M[x_A(T), x_B(T); \rho_{AB}]$$

4. מדד מתאם בינומי

- כאשר $x_A(T) = N^{-1}[Q_A(T)]$ ו- $x_B(T) = N^{-1}[Q_B(T)]$ הם זמני ההגעה לחדלות פירעון של A ו- B לאחר טרנספורמציה, ו- ρ_{AB} הוא מתאם הקופולה הגאוסיאנית עבור זמני ההגעה לחדלות פירעון של A ו- B .
- הפונקציה $M(a, b; \rho)$ היא ההסתברות שבהתפלגות הנורמלית הדו-מימדית כאשר המתאם בין המשתנים הוא ρ , המשתנה הראשון נמוך מ- a והמשתנה השני נמוך מ- b .
- הפונקציה מקיימת:

$$\beta_{AB}(T) = \frac{M[x_A(T), x_B(T); \rho_{AB}] - Q_A(T)Q_B(T)}{\sqrt{[Q_A(T) - Q_A(T)^2][Q_B(T) - Q_B(T)^2]}}$$

4. מדד מתאם בינומי

- זה מראה שאם $Q_A(T)$ ו- $Q_B(T)$ ידועים, אזי ניתן לחשב את $\beta_{AB}(T)$ מתוך ρ_{AB} , ולהיפך.
 - בדרך כלל ρ_{AB} הוא הרבה יותר גדול מאשר $\beta_{AB}(T)$.
 - זה מתאר את הנקודה החשובה כי עוצמתו של מדד המתאם תלויה בדרך בה הוא מוגדר.
 - נניח שההסתברות שחברה A תגיע לחדלות פירעון בתקופה של שנה אחת היא 1% ושההסתברות שחברה B תגיע לחדלות פירעון בתקופה של שנה אחת היא גם כן 1%.
 - במקרה זה, $x_A(1) = x_B(1) = N^{-1}(0.01) = -2.326$,
 - אם ρ_{AB} הוא 0.20, אזי עבור $T=1$ נקבל ש-:
- $$M[x_A(T), x_B(T); \rho_{AB}] = 0.000337, \quad \beta_{AB}(T) = 0.024$$

Credit VaR .5

- ניתן להגדיר Credit VaR באופן מקביל לדרך שבה מוגדר VaR של סיכוני שוק.
- לדוגמא, Credit VaR עם רמת ביטחון של 99.9% ואופק זמן של שנה אחת הוא ההפסד מאשראי שאנו בטוחים ב- 99.9% שלא נעבור אותו (או נחרוג ממנו) במשך שנה אחת.
- נניח בנק עם תיק אשראי גדול מאוד של הלוואות דומות.
- כקירוב, נניח שההסתברות לחדלות פירעון זהה עבור כל הלוואה וכי המתאם בין כל צמד הלוואות הוא זהה.
- כאשר משתמשים במודל הקופולה הגאוסיאנית, הצד הימני של המשוואה שהצגנו מוקדם יותר הוא קירוב טוב השווה לאחוז חדלויות הפירעון עד לזמן T כפונקציה של F .

Credit VaR .5

- הגורם F מפולג נורמלית סטנדרטית.
- אנו בטוחים ב- $X\%$ שערכו יהיה גדול יותר מאשר $N^{-1}(1-X) = -N^{-1}(X)$.
- לפיכך, אנו בטוחים ב- $X\%$ שאחוז ההפסדים במשך T שנים על תיק גדול יהיה נמוך מאשר $V(X, T)$, כאשר

$$V(X, T) = N \left(\frac{N^{-1}[Q(T)] + N^{-1}(X) \sqrt{\rho}}{\sqrt{1 - \rho}} \right)$$

- תוצאה זו הוצגה לראשונה על ידי Vasicek (2002).

Credit VaR .5

- גם במשוואה זו, $Q(T)$ היא ההסתברות לחדלות פירעון עד זמן T ו- ρ הוא מתאם הקופולה בין כל צמד הלוואות.
- אומדן גס ל- Credit VaR עבור רמת ביטחון של $X\%$ ואופק זמן של T הוא אם כן $L(1 - R)V(X, T)$, כאשר L הוא גודל תיק ההלוואות ו- R הוא שיעור ההשבה.
- תרומתה של הלוואה מסוימת בגודל של L_i ל- Credit VaR הוא $L_i(1 - R)V(X, T)$.
- בבסיסו של מודל זה עומדת הנוסחה שבה משתמשים הרגולטורים עבור הון כנגד סיכוני אשראי.

Credit VaR .5

- נניח כי לבנק יש חשיפות קמעונאיות בסך של 100 מיליון ₪.
- עוד נניח כי ההסתברות הממוצעת לחדלות פירעון לשנה אחת היא 2%, שיעור ההשבה הממוצע הוא 60% וכי פרמטר מתאם הקופולה נאמד בכ- 0.1.
- במקרה זה,

$$V(0.999,1) = N\left(\frac{N^{-1}(0.02) + N^{-1}(0.999)\sqrt{0.1}}{\sqrt{1-0.1}}\right) = 0.128$$

- קיבלנו שבמקרה ה- 99.9% הגרוע ביותר שיעור חדלות הפירעון הוא 12.8%.



Credit VaR .5

- ה-Credit VaR ברמת ביטחון של 99.9% ואופק של שנה אחת הוא אם כן: $(1 - 0.6) \times 0.128 \times 100$ או 5.13 מיליון ₪.

CreditMetrics .6

- בנקים רבים פיתחו פרוצדורות שונות לחישוב Credit VaR לצורך שימוש פנימי.
- גישה פופולארית אחת ידועה כ- CreditMetrics.
- גישה זו כרוכה באמידת התפלגות הפסדי האשראי באמצעות ביצוע סימולציית Monte Carlo לשינויים בדירוג האשראי של הצדדים הנגדיים לעסקאות.
- נניח שאנו מעוניינים בקביעת התפלגות ההפסדים לתקופה של שנה.
- בכל הרצת סימולציה (Simulation Trial), אנו דוגמים על מנת לקבוע את השינויים בדירוג האשראי וחדלות הפירעון של כל הצדדים הנגדיים לעסקאות במהלך השנה.



CreditMetrics .6

- לאחר מכן אנו משערכים את החוזים הפתוחים על מנת לקבוע את סך הפסדי האשראי עבור השנה.
- לאחר מספר רב של הרצות סימולציה, מתקבלת התפלגות הפסדי האשראי.
- גישה זו איטית מאוד מבחינה מיחשובית.
- עם זאת, יש לה יתרון בכך שהפסדי האשראי מוגדרים ככאלה הנובעים מהורדת דירוג כמו גם מחדלות פירעון.
- בנוסף, ניתן להכניס לניתוח גם את השפעתן של פסקאות "מקלות-אשראי" (Credit Mitigation).

CreditMetrics .6

- הטבלה הבאה המתארת מטריצת מעבר בין דירוגים במשך שנה אחת, 1970-2006, עם הסתברויות המופיעות כאחוזים והתאמות עבור מעברים לקטגוריות NR (לא מדורגות) היא טבלה טיפוסית של נתונים היסטוריים שמספקות סוכנויות הדירוג בדבר השינויים בדירוגי האשראי.

<i>Initial rating</i>	<i>Rating at year-end</i>								
	<i>Aaa</i>	<i>Aa</i>	<i>A</i>	<i>Baa</i>	<i>Ba</i>	<i>B</i>	<i>Caa</i>	<i>Ca-C</i>	<i>Default</i>
Aaa	91.56	7.73	0.69	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
Aa	0.86	91.43	7.33	0.29	0.06	0.02	0.00	0.00	0.01
A	0.06	2.64	91.48	5.14	0.53	0.10	0.02	0.00	0.02
Baa	0.05	0.22	5.16	88.70	4.60	0.84	0.23	0.03	0.19
Ba	0.01	0.07	0.52	6.17	83.10	8.25	0.58	0.05	1.26
B	0.01	0.05	0.19	0.41	6.27	81.65	5.17	0.75	5.50
Caa	0.00	0.04	0.04	0.25	0.79	10.49	65.47	4.44	18.47
Ca-C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.46	2.78	11.07	47.83	37.85
Default	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00



CreditMetrics .6

- נתונים אלה יכולים לשמש כבסיס עבור סימולציית CreditMetrics Monte Carlo.
- הטבלה מציגה את ההסתברות (באחוזים) של איגרת חוב לעבור מקטגוריית דירוג אחת לקטגוריית דירוג אחרת במהלך תקופה של שנה אחת.
- לדוגמא, לאיגרת חוב המתחילה עם דירוג אשראי של A יש 91.84% סיכוי להמשיך להיות מדורגת A בסוף שנה 1, 0.02% סיכוי להגיע לחדלות פירעון במהלך השנה, 0.10% סיכוי לרדת לדירוג אשראי של B, וכך הלאה.
- בדגימה, על מנת לקבוע את הפסדי האשראי, אין להניח כי השינויים בדירוגי האשראי של צדדים נגדיים שונים הינם בלתי תלויים זה בזה.



CreditMetrics .6

- מודל הקופולה הגאוסיאנית משמש לבניית ההתפלגות המשותפת של השינויים בדומה לאופן שבו השתמשנו בו לתיאור התפלגויות זמני ההגעה לחדלות פירעון.
- על פי רוב, מתאם הקופולה בין מעברי הדירוגים של שתי חברות נקבע כשווה למתאם שבין תשואות מחירי המניה של שתי החברות באמצעות מודל גורמי דומה לזה שהראנו מוקדם יותר.
- כאילוטרציה לגישת CreditMetrics נניח שאנו רוצים לסמלך את השינוי בדירוג עבור חברה בדירוג התחלתי Aaa ועבור חברה בדירוג התחלתי Baa על פני שנה אחת באמצעות מטריצת המעבר שהצגנו מקודם.
- נניח כי המתאם בין תשואות מחירי המניה של שתי חברות הוא 0.2.

CreditMetrics .6

- בכל הרצת סימולציה, נדגום שני משתנים x_A ו- x_B מתוך התפלגויות נורמליות כך שהמתאם שלהם הוא 0.2.
- המשתנה x_A קובע את הדירוג החדש של החברה בדירוג התחלתי Aaa והמשתנה x_B קובע את הדירוג החדש של החברה בדירוג התחלתי Baa.
- היות ו- $N^{-1}(0.9156) = 1.3761$,
 $N^{-1}(0.0773+0.9156) = 2.4522$
 ו- $N^{-1}(0.0069+0.0773+0.9156) = 3.5401$
 הרי שחברה בדירוג התחלתי Aaa תישאר מדורגת Aaa אם $1.3761 \leq x_A < 2.5422$,
 תעבור לדירוג Aa אם $x_A < 1.3761$,
 ותעבור לדירוג A אם $2.5422 \leq x_A < 3.5401$.

CreditMetrics .6

- באופן דומה, היות ו- $N^{-1}(0.0005) = -3.2905$,
 $N^{-1}(0.0022+0.0005) = -2.7822$
 ו- $N^{-1}(0.0516+0.0022+0.0005) = -1.6045$
 הרי שחברה בדירוג התחלתי Baa תעבור לדירוג Aaa אם
 $x_B < -3.2905$, תעבור לדירוג Aa אם $-2.7822 < x_B \leq -3.2905$
 ותעבור לדירוג A אם $-1.6045 < x_B \leq -2.7822$.
 חברה בדירוג התחלתי Aaa אף פעם לא תגיע לחדלות פירעון
 במהלך השנה הראשונה.
- חברה בדירוג התחלתי Baa תגיע לחדלות פירעון כאשר
 $x_B > N^{-1}(0.9981)$, כלומר, כאשר $x_B > 2.8943$.

7. סיכום

- ניתן לאמוד את ההסתברות שחברה תגיע לחדלות פירעון במהלך תקופת זמן מסויימת בעתיד מתוך נתונים היסטוריים, מחירי איגרות חוב או מחירי מניות.
- ההסתברויות לחדלות פירעון המחושבות מתוך מחירי איגרות חוב הינן הסתברויות נייטרליות לסיכון, בעוד שאלו המחושבות מתוך נתונים היסטוריים הן הסתברויות "עולם-אמיתי".
- הסתברויות "עולם-אמיתי" משמשות לצורך ניתוח תרחישי (Scenario Analysis) ולחישוב Credit VaR.
- הסתברויות נייטרליות לסיכון משמשות לצורך הערכת שווי מכשירים הרגישים לאשראי (Credit-Sensitive Instruments).



7. סיכום

- על פי רוב, הסתברויות נייטרליות לסיכון חדלות פירעון הינן גבוהות משמעותית מהסתברויות "עולם-אמיתי".
- ניתן להגדיר Credit VaR באופן מקביל לדרך שבה מוגדר VaR של סיכוני שוק.
- גישה אחת לחישוב Credit VaR הינה מודל הקופולה הגאוסיאנית של זמן ההגעה לחדלות פירעון.
- מודל זה משמש את הרגולטורים לחישוב ההון כנגד סיכוני אשראי.
- גישה פופולארית נוספת לחישוב Credit VaR היא CreditMetrics.
- CreditMetrics משתמשת במודל הקופולה הגאוסיאנית למידול שינויים בדירוג האשראי.



"ללא הערכות שווי, ניהול הסיכונים הוא למעשה בלתי אפשרי"

John C. Hull (ג'ון הל)

כותב "התנ"ך של הנגזרים" (The derivatives bible),
הספר Options, Futures, and Other Derivatives
2009

אודות מר רועי פולניצר, FRM, MBA

בעל ניסיון של מעל ל-9 שנים בתחומי הערכות השווי, ניהול הסיכונים והייעוץ הכלכלי הכולל ביצוע של מאות הערכות שווי, ניתוחי סיכונים ועבודות יעוץ כלכליות של חברות ציבוריות ופרטיות במשק הישראלי.

- ☐ Sustaining Member of the Professional Risk Managers' International Association (PRMIA) No. 184127.
- ☐ Financial Risk Manager – Certified by the Global Association of Risk Professionals.
- ☐ Affiliate Member of the Global Association of Risk Professionals (GARP) No. 194688.
- ☐ השתלמות מקצועית בנושא ניהול סיכונים פיננסיים (FRM® Program) מטעם היחידה ללימודי חוץ והמשך, המרכז האוניברסיטאי אריאל בשומרון.
- ☐ בוגר השתלמויות מקצועיות של הסניף האקדמי של GARP ישראל, בתחומים הבאים:

- ☐ Foundations of Risk Management.
- ☐ Quantitative Analysis.
- ☐ Financial Markets and Products.
- ☐ Valuation and Risk Models.
- ☐ Market Risk Measurement and Management.
- ☐ Credit Risk Measurement and Management.
- ☐ Operational and Integrated Risk Management.
- ☐ Risk Management and Investment Management.
- ☐ Current Issues in Financial Markets.

מעריך השווי הראשון בישראל שאי פעם עבר בהצלחה את כל בחינות האיגוד העולמי למומחי סיכונים להסמכה הבינלאומית "מנהל סיכונים פיננסיים" (Certified FRM).

בוגר קורסים מתקדמים בסטטיסטיקה לאקטוארים ובמתמטיקה של מימון במסגרת שנת ההשלמה לקראת לימודי תעודה באקטואריה, אוניברסיטת חיפה.

בוגר סדנא בנושא תורת הסיכונים – קרנות הון סיכון מטעם הפקולטה לניהול ע"ש גילפורד גלייזר, אוניברסיטת בן גוריון.

בוגר קורסים באקטואריה במסגרת הפקולטה לניהול ע"ש גילפורד גלייזר של אוניברסיטת בן גוריון.

תואר MBA (בהצטיינות) מאוניברסיטת בן גוריון במנהל עסקים עם התמחות במימון.

מעבר בהצלחה של כל בחינות הרשות לניירות ערך בישראל לרישיון מנהל תיקים.

בוגר קורסים מתקדמים במתמטיקה ומימון במסגרת לימודים לתואר MA בכלכלה, אוניברסיטת בן גוריון.

תואר BA (בהצטיינות) מאוניברסיטת בן גוריון בכלכלה עם התמחות במימון.

מרצה במרכז האוניברסיטאי אריאל בשומרון בקורס ניהול סיכונים פיננסיים במתכונת FRM®.

לשעבר עוזר מחקר של ד"ר שילה ליפשיץ, רו"ח, ז"ל בתחום ניהול הסיכונים בבנקאות הישראלית, עוזר הוראה של ד"ר שילה ליפשיץ, רו"ח, ז"ל בקורסים במימון ובנקאות,

מייסד וראש תחום הערכות השווי במשרד רואי חשבון רווח, רביד ושות', מנהל סיכונים, מייסד וראש תחום שווי הוגן בחברת ענן יעוץ אקטוארי, פיננסי ועסקי בע"מ, מנהל סיכונים ומודליסט ראשי של ועדת השקעות באוניברסיטת בן גוריון, מרצה בקורסים בתחום ניתוח דוחות כספיים והערכות שווי, נגזרות וניהול סיכונים בבית הספר לכלכלה במכללה

האקדמית אשקלון ובמוסדות אקדמיים שונים ומרצה בקורס הכנה פרטי לבחינות המקצועיות של הרשות לניירות ערך בישראל לרישיון מנהל תיקים ויועץ השקעות.



רועי פולניצר, MBA, FRM
בעלים ומנהל
שווי פנימי – מעריכי שווי בלתי תלויים

www.intrinsicvalue.co.il

052.598.1668

roip@intrinsicvalue.co.il