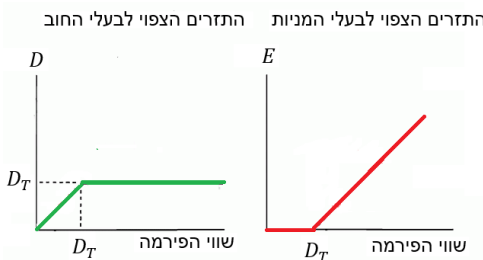




היישום המסחרי של מודל KMV לדירוג חברות: המודל האקטוארי מקובל בעולם לדירוג סינטיטי

מעריך השווי המוערך האקטואר רועי פולניצר מציג את מודל הדירוג הסינטיטי (Synthetic Credit Rating) של מודל KMV

התרשים שלהלן מראה כי התזרים הצפוי לבעלי האג"ח (D) עולה בשיפוע 1 עם שווי הפירמה (V), כלומר $D = V$, כלומר $D = V$, ומרגע ש- $V = D_T$ אזי התזרים המקסימלי לבעלי האג"ח הוא D_T , עבור שווי פירמה מעל D_T . התזרים הצפוי לבעלי המניות (E) מתחיל בנקודה שבה $V = D_T$ וגדל בשיפוע של 1 עם שווי הפירמה V , עבור שווי פירמה מעל D_T .



על פי מרטון שווי ההון העצמי של החברה שקול אפקטיבית, מכל הבחינות המימוניות המהותיות, לאופציית רכש Call על שווי הפירמה V , לזמן מימוש T , כאשר מחיר המימוש הוא D_T , הערך הנקוב של החוב בפדיון. בנוסף, על פי מרטון שווי החוב של החברה (חוב קונצרני) שקול אפקטיבית, מכל הבחינות המימוניות המהותיות, לחוב חסר סיכון (חוב ממשלתי) באותם תנאים בניכוי אופציית מכר Put על שווי הפירמה V , לזמן מימוש T , כאשר מחיר המימוש הוא D_T , הערך הנקוב של החוב בפדיון.

על פי מרטון, שווי אופציית מכר Put זו מייצג הלכה למעשה שווי ערבות פיננסית מצד ג' לחברה הואיל ואופציית המכר מחשב את הפער שבין הערך הנוכחי של חוב מגובה בערבות שהחברה יכלה לגייס (מהוון בריבית שוק חסרת סיכון) לבין הערך הנוכחי של חוב ללא ערבות שהחברה יכלה לגייס בכוחות עצמה (מהוון בריבית שוק נורמטיבית מייצגת לחברה) ועדיין לשמור על אותו לוח סילוקין.

יתרונותיו של מודל מרטון הן הפשטות שלו בעת תמחור חוב קונצרני כמו גם האופי האינטואיטיבי שלו. חסרונותיו של המודל הם מספר ההנחות הנדרשות כמו גם בכמה בעיות פרקטיות.

לדוגמא, היעדרם של ערכי שוק מצוטטים לחוב החברה מקשה על אמידה מדויקת של שווי הפירמה. בנוסף, קשה למצוא אומדן מדויק לסטיית התקן של נכסי הפירמה.

מודל מרטון מניח ש- V מקיים התפלגות מסוימת לאורך זמן, כך שניתן לקבוע את שווי הזכות השוורית של בעלי המניות באמצעות המודל להמחרת אופציות של Black-Scholes-Merton. הסיבה לכך היא שהתזרים הצפוי לבעלי המניות במועד פדיון החוב שקול אפקטיבית מכל הבחינות המימוניות המהותיות לתזרים הצפוי במועד הפקיעה מפוזיצית Long באופציית רכש Call.

התזרים הצפוי למחזיק אופציית Call במועד פקיעת האופציה

$$\text{Max}\{(S_T - X); 0\}$$

כאשר S_T הוא מחיר המניה במועד הפקיעה (בעוד T שנים מהיום) ו- X הוא מחיר המימוש. התזרים הצפוי לבעלי החוב במועד פדיון החוב שקול אפקטיבית מכל הבחינות המימוניות המהותיות לתזרים הצפוי במועד הפקיעה מפוזיצית Short באופציית מכר Put פלוס איגרת חוב חסרת סיכון (אג"ח ממשלתית).

הקשר של מודל מרטון למודל Black-Scholes-Merton מחייב מספר הנחות חזקות נוספות (למשל, שמחזיקי האג"ח לא יכולים לכפות חדלות פירעון על החברה טרם מועד פירעון החוב; ששווי הפירמה V , נצפה בשוק ומקיים תהליך מסוים של סדרה-עתיק וכו'). בהנחה שמודל מרטון נכון וישים, כמו גם ההנחות שעליהן הוא מתבסס, הרי שנוכל להשתמש במשוואות הקודמות כדי לחשב את התזרים הצפוי.

לדוגמא, נניח שלאיגרות החוב של חברה כלשהי יש ערך נקוב של 80 מיליון ₪. אם ניקח בחשבון תרחיש שבו שווי החברה הוא 200 מיליון ₪, כאשר איגרות החוב נפדות, הרי שהתזרים הצפוי לבעלי המניות הוא 120 מיליון ₪ היות והתזרים לבעלי האג"ח הוא 80 מיליון ₪. בתרחיש אחר, אם שווי הפירמה הוא 70 מיליון ₪, אז בעלי החוב מקבלים 70 מיליון ₪ ובעלי המניות מקבלים 0.

תוצאות אלו מחייבות הנחה ששווי הפירמה נסחר ללא מרכיב דיסקאונט בגין היעדר זיליות (Discount for Lack of Liquidity). יתרונותיו של מודל מרטון הן הפשטות שלו בעת תמחור חוב קונצרני כמו גם האופי האינטואיטיבי שלו.

הדיאגרמות של התזרימים הצפויים דומים לתזרימים הצפויים מאופציות.

מודלים מבניים של סיכון אשראי אומדים את הסיכון לכשל ביכולת הפירעון של החברה (מצב אותו נכנה: "בעיית איתנות") כפונקציה של שווי הפירמה (שווי נכסי הפירמה, כלומר, השווי התפעולי בתוספת מזומן, שווי מזומן והשקעות נזילות). בהתחשב בשווי הפירמה, ניתן לקבוע את שווי החוב הפיננסי ברוטו (להלן: "החוב") וסך הונה העצמי של החברה על כל מכשירי ההון והזכויות ההוניות השווריות הגלומות בהון החברה (להלן: "ההון העצמי"). מודלים מבניים בהקשר זה נקראים גם מודלים מבוססי-שווי.

מודל מרטון

מודל מרטון (1974) נחשב למודל מבוסס-שווי שבו שווי החוב (D) של הפירמה ושווי ההון העצמי (E) של הפירמה שווים לשווי הפירמה (V). בהינתן אומדן לשניים משלושת המרכיבים (V , E או D), ניתן לדעת את שווי של המרכיב השלישי.

לדוגמא; בהינתן שווי הפירמה V , והשווי הנצפה בשוק של מניות החברה E , מעריך השווי יכול לקבוע את שווי איגרות החוב של החברה, כ- $D = V - E$.

כמו כן, בהינתן שווי הפירמה V , והשווי הנצפה בשוק של איגרות החוב של החברה, ניתן לקבוע את שווי ההון העצמי של החברה כ- $E = V - D$. שווי החוב יכול לשמש כאינדיקטור לסיכון לבעיית האיתנות של הפירמה.

מכיוון ש- E ו- D הן זכויות מותנות (Contingent Claims), הרי שניתן להשתמש במודלים להמחרת אופציות על מנת לקבוע את שוויים. מודל מרטון מניח שכל החוב של הפירמה מורכב מאיגרת חוב קונצרנית אחת המונפקת בניכיון (כלומר אג"ח ללא קופון או איגרת חוב קופון אפס) הנפדית בזמן T מהיום בערך נקוב של D_T .

במועד פדיון החוב, בעוד T שנים מהיום, אם שווי נכסי הפירמה V , נמוך יותר משווי החוב D , אזי הפירמה מגיעה לבעיית איתנות. למעשה, בעלי החוב מקבלים את שווי נכסי הפירמה, כלומר, נושאים בהפסד בגובה הפער שבין שווי החוב לבין שווי נכסי הפירמה, בעוד שבעלי המניות לא מקבלים מאום.

התזרים הצפוי (Payoff) לבעלי החוב במועד פדיון החוב הינו כדלקמן:

$$D_T - \text{Max}\{(D_T - V_T); 0\}$$

התזרים הצפוי לבעלי המניות במועד פדיון החוב הינו כדלקמן:

$$\text{Max}\{(V_T - D_T); 0\}$$

מודל KMV

מעריכי שווי חברות משתמשים במודל KMV כדי לאמוד את הדירוג הסינטי של חברה. מידע אודות הדירוג הסינטי של חברה נחוץ לשם קביעת מחיר החוב הנורמטיבי של החברה המשמש בתור כתשומה לגיבוש מחיר ההון המשוקלל של החברה (WACC).

מודל מרטון שהוצג בתחילת המאה, המשתמש בנתוני שוק כגון שווי המניה ומבנה ההון כדי לחזות את ההסתברות לבעיית האיתנות של החברה, מסתמך על רשימה של הנחות לא מציאותיות:

- יש רק סוג אחד של הון עצמי (מניות רגילות) ושל חוב, והחוב הוא "לובש" צורה של איגרת קופון אפס הנפדית במועד קבוע וידוע.
- בעיית איתנות יכולה להתרחש רק במועד הפדיון.
- שווי הפירמה הינו נתון שוק הנצפה באופן ישיר המקיים תהליך דיפוזיה לוג-נורמלי (תנועה בראון גיאומטרית, GBM).
- הריבית חסרת הסיכון קבועה על פני זמן.
- אין מו"מ בין בעלי ההון העצמי לבין מחזיקי האג"ח.
- אין להפעיל דיסקאונט בגין היעדר סחירות ונזילות על שווי ההון העצמי ואין לנכות מרכיב דיסקאונט בגין היעדר סחירות (Discount for Lack of Marketability) של החברה.

מודל KMV בנוי על מודל מרטון ומנסה לתקן חלק מההנחות הבעייתיות שאינן מתכתבות עם המציאות של מודל מרטון, ובעיקר את שתי ההנחות הבאות:

- שכל החוב נפדה בו-זמנית
- שווי הפירמה עוקב תהליך דיפוזיה לוג-נורמלי.

מודל KMV מניח שיש רק שני סוגים של חוב; הסוג הראשון, חוב לטווח קצר הנפדה לפני אופק הזמן הנבחר (בתוך 12 חודשים ממועד הערכת השווי) והסוג השני, חוב לזמן ארוך הנפדה לאחר אופק הזמן הנבחר (ע"פ רוב, בתוך 4 שנים). הערך הנקוב בפדיון, או סף בעיית האיתנות, הינו שילוב ליניארי של שני ערכים אלו.

סף בעיית האיתנות (המכונה גם נקודת בעיית האיתנות, DPT) הוא בעצם הערך הנקוב של חובות הפירמה. במילים אחרות, סף בעיית האיתנות הוא שילוב של מחצית החוב לזמן ארוך של החברה פלוס החוב לטווח קצר.

לפני שנוכל לחשב את ההסתברות לבעיית איתנות, באמצעות מודל KMV עלינו לגזור את המרחק מבעיית איתנות (DD - Distance to Default). ה- DD מביא בחשבון את התפלגות שווי נכסי הפירמה ומחשב את מספר סטיות התקן בין תוחלת התפלגות שווי נכסי הפירמה לבין סף בעיית

האיתנות. להלן נוסחת ה- DD :

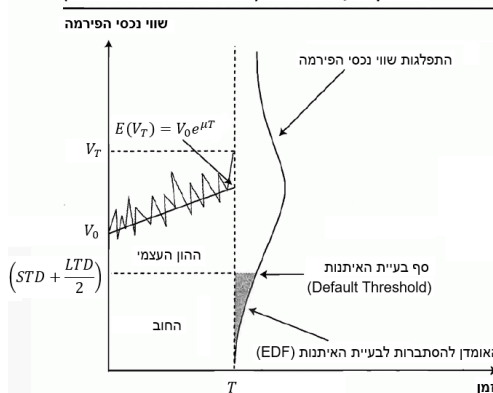
$$DD = \frac{Ve^{\mu T} - DPT}{\sigma_V V}$$

כאשר V הוא שווי הפירמה, μ היא תוחלת התשואה הצפויה על נכסי הפירמה, T הוא שנה אחת, DPT הוא סף בעיית האיתנות ו- σ_V היא סטיית התקן של שער התשואה על נכסי הפירמה.

הערה אינפורמטיבית: נעיר כי מקובל להניח ש- μ שווה לאפס. הנחה זו הינה שמרנית (מחמירה) מאחר ושעור התשואה של החברה המחושב ע"ב מודל ה- $CAPM$ עם β_V (הביטא של נכסי הפירמה) גבוה יותר מהריבית חסרת הסיכון ולכן בהכרח גבוה יותר מאפס. בנוסף, הן במודל מרטון והן במודל KMV עובדים עם ריבית חסרת סיכון נומינלית.

לאחר חישוב המרחק מבעיית האיתנות, ניתן למצוא את האומדן להסתברות לבעיית האיתנות (EDF - Expected Default Frequency). בהמשך נראה כיצד האומדן להסתברות לבעיית איתנות ממופה לדירוג האשראי הגלובלי של חברה מסוימת.

המרחק מבעיית האיתנות (DD - Distance to Default)



נוכיר ששווי הפירמה (קרי, שווי נכסי הפירמה), V , מורכב מהחוב שלה, D , ומההון העצמי שלה, E . על כן, ממש כמו במודל מרטון, גם במודל KMV המחולל העיקרי הוא שווי המניות (או יותר נכון מחיר המניה). נניח לרגע שחישבנו את ה- DD עבור חברה מסוימת וקיבלנו אומדן של 1.96.

מודל מרטון יאמר לנו שאומדן להסתברות השנתית לבעיית איתנות הוא $0.025 = 2.5\%$ ($M(1.96)$). נציין שאומדן זה התקבל משימוש בפונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית $N(d)$ ממניוס אינסוף ועד נקודה d (כלומר זהו השטח שמתחת להתפלגות או במילים של אקטוארים: האינטגרל).

מודל KMV מאידך, משתמש באומדן המרחק מבעיית האיתנות (1.96 בדוגמא שלנו) ומעריך את מספר בעיות האיתנות במועד מאוחר יותר (על פי רוב, שנה אחת) המשוויד לאומדן ה-

DD שחושב. לשם חישוב האומדן להסתברות לבעיית האיתנות (EDF) משתמשים במודיס במדגם חברות ובודקים את מספר בעיות האיתנות (defaults, פשיטות הרגל) שארעו בקרב אותו מדגם חברות בתקופה של שנה.

כאמור, ה- EDF במודל ה- KMV הינו ההסתברות לבעיית איתנות. ה- EDF משוייך באמצעות טבלת המרה לכדי דירוג אשראי גלובלי מסוים (נניח, BBB).

הדוגמא הבאה תסייע להבין כיצד מתבצע הלכה למעשה דירוג סינטי לחברה על סמך היישום המסחרי של מודל- KMV . נניח לדוגמא שנתוני השוק על מניותיה של חברה ציבורית ישראלית מסוימת הצביעו ב-31.12.2024 על ערך של $E=11.06$ מיליון ₪, שווי האג"ח הסחיר שלה הוא $B=4.10$ מיליון ₪ והשווי ההוגן של החוב הלא סחיר שלה, נכון ל-31.12.2024 מגיע לכ- $L=5.24$ מיליון ₪ כך ששווי החוב שלה $D=B+L$ מגיע ל- $D=9.34$ מיליון ₪.

מכאן ששווי הפירמה ($V=E+D$) מסתכם ב- $V=20.40$ מיליון ₪. עוד נניח שהחוב לטווח קצר של החברה נאמד ב- $STD=0.74$ מיליון ₪ והחוב לזמן ארוך של החברה נאמד ב- $LTD=8.60$ מיליון ₪.

הבה ונבצע דירוג סינטי לחברה נכון ליום 31.12.2024 בהינתן שסטיות התקן של שער התשואה על נכסי הפירמה הינו $\sigma_V=18.50\%$. תחילה נחשב את אומדן המרחק מבעיית האיתנות של החברה, DD :

$$DD = \frac{20.40 - \left(0.74 + \frac{8.60}{2}\right)}{0.1850 \cdot 20.40} = 4.07$$

על מנת לחשב את אומדן ה- EDF , נלך למאגר הנתונים של KMV ונגלה שמתוך 35,000 חברות שבשנה שעברה אומדן ה- DD שלהן נאמד ב-4.07, רק 139 מהן חוו בעיית איתנות לאחר שנה. לפיכך, האומדן להסתברות לבעיית האיתנות של החברה דנן על בסיס מודל KMV נאמד ב-0.40%.

ערך זה (0.40%) מתאים ל- EDF של החברה בדוגמא שלנו מאחר ולחברה שלנו יש DD של 4.07. תוצאה מרשימה זו (הסתברות לבעיית איתנות של 0.40% בלבד) מתאימה לדירוג אשראי גלובלי של Baa3 בסולם הדירוג של מודיס, המקביל לדירוג אשראי של Aa2.il בסולם הדירוג הישראלי של מידרוג.

הערה: הכלכלן פולניצר הינו אקטואר סיכוני אשראי (CRA) מוסמך מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA) ומומחה לניהול סיכונים פיננסיים (FRM) מוסמך על ידי האגודה העולמית למומחי סיכונים (GARF).