



# הנדסה פיננסית באמצעות שפת Python: כלל שוויון אופציית הרכש ואופציית המכר (Put-Call Parity) עבור אופציות אירופאיות

כלל שוויון אופציית הרכש ואופציית המכר (put-call parity) שתוארה בפירוט על ידי היגנס (1902) ונלסון (1904) נותן את השווי של אופציית מכר (Put) עם אותו מחיר מימוש, ולהיפך. הזדמנות לארביטראז' קיימת אם השוויון לא מתקיים. כלל השוויון מבוסס על מספר הנחות - לדוגמה, שניתן למכור בחסר בקלות את נכס הבסיס, אין מרווח קנייה-מכירה ואין עלויות עסקה. עם זאת, כלל השוויון אינו מניח הנחות כלשהן בנוגע להתפלגות מחיר נכס הבסיס.

עבור אופציות על מניות שאינן מחלקות דיבידנד

$$c = p + S - Xe^{-rT}$$

$$p = c - S + Xe^{-rT}$$

## דוגמא

נניח אופציית רכש (call) אירופאית ל-6 חודשים על מניה שמחלקת דיבידנד. מחיר המניה הוא 100 דולר ארה"ב, מחיר המימוש הוא 105 דולר ארה"ב ושיעור הריבית חסרת הסיכון הוא 10% לשנה. בהינתן ששווי אופציית הרכש הוא 8.5 דולר ארה"ב, מהי השווי של אופציית מכר (put) עם אותם הפרמטרים?

$$S = 100, X = 105, T = 0.50, r = 0.1, c = 8.5$$

$$p = 8.5 - 100 + 105e^{-0.1 \times 0.5} = 8.3791$$

עבור אופציות על מניות שמחלקות תשואת דיבידנד רציפה

$$c = p + Se^{-qT} - Xe^{-rT}$$

$$p = c - Se^{-qT} + Xe^{-rT}$$

עבור אופציות על עתידיות

$$c = p + (F - X)e^{-rT}$$

$$p = c - (F - X)e^{-rT}$$



עבור אופציות על מטבעות

$$c = p + Se^{-rfT} - Xe^{-rT}$$

$$p = c - Se^{-rfT} + Xe^{-rT}$$

עבור נוסחת בלק אנד שולס הכללית

$$c = p + Se^{(b-r)T} - Xe^{-rT}$$

$$p = c - Se^{(b-r)T} + Xe^{-rT}$$

- $b = r$  נותן את המודל של Black and Scholes (1973) לתמחור אופציות על מניות שאינן מחלקות דיבידנד.
- $b = r - q$  נותן את המודל של Merton (1973) לתמחור אופציות על מניות שמחלקות תשואת דיבידנד רציפה.
- $b = 0$  נותן את המודל של Black (1976) לתמחור אופציות על חוזים עתידיים.
- $b = r - rf$  נותן את המודל של Garman and Kohlhagen (1983) לתמחור אופציות על מטבעות.

### קוד ה-Python שפיתח האקטואר רועי פולניצר עבור אופציית מכר (Put)

```
import numpy as np
def PolanitzerPCPPut(S,X,r,q,T,c):
    PolanitzerPCPPut = c-S*np.exp(-q*T)+X*np.exp(-r*T)
    print(PolanitzerPCPPut)
```

```
PolanitzerPCPPut(100,105,0.1,0,0.5,8.5)
```

```
8.37908957257497
```

### קוד ה-Python שפיתח האקטואר רועי פולניצר עבור אופציית רכש (Call)

```
import numpy as np
def PolanitzerPCPCall(S,X,r,q,T,p):
    PolanitzerPCPCall = p+S*np.exp(-q*T)-X*np.exp(-r*T)
    print(PolanitzerPCPCall)
```

```
PolanitzerPCPCall(100,105,0.1,0,0.5,8.38)
```

```
8.500910427425026
```



פירמת הייעוץ שווי פנימי מסייעת ללקוחותיה לפתח וליישם מודלים מתקדמים הדורשים הבנה עמוקה בתהליכים סטוכסטיים, ידע בשיטות נומריות ושליטה ברמה גבוהה בשפות תכנות כגון: Python ו-R.

הצוות שלנו כולל מומחה לשוק ההון וניהול סיכונים בעל תארים בכלכלה ומימון (BA ו-MBA) עם ניסיון רב הן בפיתוח, יישום ותיקוף מודלים כמותיים.

האקטואר רועי פולניצר, בעל הסמכות מתקדמות בניהול סיכונים פיננסיים (CRM ו-FRM), מייעץ לחברות בניתוחים כמותיים מתקדמים בתחומים של הנדסה פיננסית, יישום מודל מונטה-קרלו, תהליכים סטוכסטיים ופתרון בעיות כמותיות באמצעות שיטות נומריות מתקדמות.

לאקטואר פולניצר שליטה בשפת התכנות וניתוח הנתונים Python, השלטת כיום בעולמות ה-Data, הכוללת את יסודות השפה (מנושאי תחביר פשוטים ועד מודולים ייחודיים לשפה זו), מה שהופך אותו למפתח Python לכל דבר ועניין, ברמה הנדרשת בתעשייה בכלל ובעולמות ה-Data בפרט. בנוסף, האקטואר פולניצר הינו מרצה בקורסים והשתלמויות מקצועיות של לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA) בשפת Python.

