



ביטקוין: מטבע זר או נכס פיננסי חסר תשואה? בחינה תיאורטית של התאמת מודל גרמן-קולהאגן לשוק הקריפטו

האקטואר רוני פולנסקי בודק האם ביטקוין הוא מטבע זר או נכס פיננסי חסר תשואה ומנתח תיאורטית את התאמת מודל גרמן-קולהאגן לשוק הקריפטו.

לאמור- הביטקוין שלו לא יצבור ריבית, לא ישלם קופון וגם לא יחלק דיבידנד. במובן זה, ביטקוין דומה יותר למניה שאינה מחלקת דיבידנד מאשר למטבע חוץ. לכן עצם החזקת הביטקוין אינה מייצרת כל תזרים מזומנים לבעליו.

האם קיימת ריבית ביטקוין?

תומכי השימוש במודל גרמן-קולהאגן טוענים לעיתים שניתן להלוות ביטקוין ולקבל עליו ריבית. אולם יש להבחין בין שני מושגים שונים לחלוטין.

ריבית על מטבע חוץ מתקבלת מצמצם החזקת המטבע והפקדתו בפיקדון בנקאי. לעומת זאת, ריבית על ביטקוין מתקבלת רק במסגרת עסקת אשראי נפרדת שבה בעל הביטקוין מלווה את נכסיו לצד שלישי.

הריבית הזו אינה נובעת מהנכס עצמו אלא מהסיכונים הכרוכים בהלוואה: סיכון אשראי, סיכון צד גנדי, סיכון טוילות וסיכון תפעולי. בדיוק כפי שניתן להשאיל מניות, אג"ח או זהב ולקבל תמורה בעבור ההשאלה, כך ניתן גם להשאיל ביטקוין. אולם הדבר אינו הופך את הביטקוין לנכס מניב פרי.

היעדר ריבית ביטקוין חסרת סיכון

קיים הבדל נוסף וחשוב אף יותר. בשווקי המט"ח קיימות עקומות ריבית מוגדרות היטב. ניתן לדעת בכל רגע מהי הריבית הדולרית, האירופית, הבריטית או היפנית לכל טווח זמן.

לעומת זאת, בביטקוין לא קיימים לא בנק מרכזי, לא אג"ח במשלטות (נקובות בביטקוין או צמודות לביטקוין), לא שוק בין-בנקאי וגם לא עקומת ריבית חסרת סיכון. לפיכך, גם אם נרצה להשתמש במודל גרמן-קולהאגן, כלל לא ברור איזה שיעור ריבית יש להציב במקום r_f . כאשר אחת התשובות המרכזיות במודל איננה מוגדרת, נמנעת באופן מהותי ההצדקה הכלכלית לשימוש בו.

ההשלכה על תמחור אופציות

ההיגיון הכלכלי של מודל גרמן-קולהאגן מבוסס על כך שמטבע חוץ מניב ריבית. לכן יש להפחית ממחירו המטבע את הערך הנוכחי של הריבית העתידית שהייתה מתקבלת אילו הוחזק המטבע במעלה. במקרה של ביטקוין, תזרים כזה אינו קיים. מחזיק הביטקוין אינו מפסיד ריבית כאשר הוא מחזיק אופציות CALL במקום ביטקוין, משום שלא קיימת ריבית מובנית על הביטקוין מלכתחילה. לפיכך, ההצדקה הכלכלית המרכזית להופעת האיבר $e^{-r_f T}$ במודל גרמן-קולהאגן פשוט אינה מתקיימת.

סיכום

מודל גרמן-קולהאגן אינו מודל למטבעות באשר הם, אלא מודל לנכסים מניבי פרי. במקרה של מט"ח, הפרי הוא הריבית על המטבע הזר. מחזיק המטבע נהנה מריבית זו, בעוד שמחזיק האופציה הזר נהנה ממנה, ולכן נדרשת התאמה מיוחדת לנחסות בלק-שולס. ביטקוין שונה מהותית ממטבעות חוץ מסורתיים. אדם המחזיק ביטקוין בארנק קר אינו מקבל ריבית, אינו נהנה מתזרים מזומנים ואינו חשוף לעקומת ריבית חסרת סיכון כלשהי. בנוסף, אין במצא ריבית ביטקוין חסרת סיכון המקבילה לריביות הקיימות בשוקי המט"ח. לפיכך, אחת ההנחות הכלכליות המרכזיות שעליהן נשען מודל גרמן-קולהאגן אינה מתקיימת במקרה של ביטקוין. אמנם מבחינה מתמטית ניתן להשתמש במודל גרמן-קולהאגן גם כאשר הריבית על המטבע הזר מאופסת, ובמקרה זה הוא מתכנס למעשה למודל בלק-שולס. אולם מבחינה כלכלית ביטקוין אינו נהנה מריבית חסרת סיכון בדומה למטבע חוץ, ולכן קשה להצדיק את השימוש במודל כמודל ייעודי לתמחור אופציות על ביטקוין.

כותב המאמר מוסמך כמוסמך בינלאומי לניהול סיכונים פיננסיים (FRM) ע"י ההיגיון העולמי למומחי סיכונים (GARP) בניו ג'רזי ארג"ב ומיישן לחברות בניתוחים כמותיים מתקדמים בתחומים של הנדסה פיננסית, יישום סימולציות מונטה-קרלו, עצים בינומיים ותרינומיים, תהליכים סטוכסטיים ופתרון בעיות כמותיות באמצעות שיטות נומריות מתקדמות מהסוג המכונה Finite Difference Method. לצד הערכות שווי של מכשירים פשוטים כגון אגרות חוב, עסקאות פורוורד ואופציות וניהול, כותב המאמר מבצע הערכות שווי של מכשירים אקזוטיים ולא סטנדרטיים, כאשר הערכות שוויים של מכשירים פיננסיים מורכבים אלו כרוך בבניית מודלים ייחודיים, המתבססים על טכניקות נומריות מתקדמות.

המאמר מבוסס, בין היתר, על הידע שרכש כותב המאמר בקורס "ניהול סיכונים בעזרת אופציות וחוזים עתידיים" (מספר קורס 1-2751-142), שלמד בשנה השלישית בתואר הארבעון שלו בכלכלה באוניברסיטת בן-גוריון בנגב אצל ד"ר כרם גלילי (ב"ש תשס"ו).

מה קורה כאשר נכס הבסיס מניב פרי?

כעת נניח שהמניה מחלקת דיבידנד. מחזיק המניה נהנה מהדיבידנדים במהלך חיי האופציה. לעומת זאת, מחזיק אופציה CALL אינו זכאי לדיבידנדים כל עוד לא מימש את האופציה.

למעשה, נוצר פער כלכלי בין החזקת המניה לבין החזקת האופציה. כדי לשמור את יחס הארביטראז' יש להפחית ממחיר המניה את הערך הנוכחי של הדיבידנדים הצפויים.

במקרה של דיבידנד רציף בשיעור q , יחס ה-Put-Call Parity הופך להיות:

$$C + Ke^{-rT} = P + S_0 e^{-qT}$$

ובהתאם נוסחת בלק-שולס מותאמת לתשואת דיבידנד רציף המוכרת גם כמודל מרטון (1973):

$$C = S_0 e^{-qT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

כאשר:

• q - תשואת הדיבידנד הרציף
כלומר, ברגע שנכס הבסיס מניב פרי, מחירו האפקטיבי במודל נמוך ממחירו בשוק.

מט"ח כנכס מניב פרי

כדי להבין את מודל גרמן-קולהאגן, יש להבין תחילה מדוע מט"ח נחשב לנכס מניב פרי. נניח שמשקיע אמריקאי מעוניין להחזיק יורו. הוא יכול:

1. ללוות דולרים
 2. להמיר את הדולרים ליורו
 3. להפקיד את היורו בפיקדון בנקאי באירופה
- במהלך תקופת ההחזקה היורו יצבור ריבית. לפיכך, מי שמחזיק יורו נהנה משני מקורות ערך: שינוי אפשרי בשער החליפין וריבית על היורו.

לעומת זאת, מי שרוכש אופציות CALL על היורו נהנה רק מהאפשרות להרוויח משינוי בשער החליפין. הוא אינו מחזיק ביורו ולכן אינו מקבל את הריבית עליו. מבחינה כלכלית, הריבית על המטבע הזר ממלאת בדיוק את אותו תפקיד שממלא הדיבידנד במניה.

מודל גרמן-קולהאגן (1983)

על בסיס רעיון זה פותח מודל גרמן-קולהאגן (1983) לתמחור אופציות אירופאיות על מטבע חוץ. המודל מתייחס לריבית על המטבע הזר באופן אנלוגי לתשואת דיבידנד רציפה במניה. נוסחת התמחור של אופציות רכש (CALL) אירופאית היא:

$$C = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - Ke^{-r_d T} N(d_2)$$

כאשר:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r_d - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

כאשר:

- r_d - שיעור הריבית חסרת הסיכון במטבע המקומי.
- r_f - שיעור הריבית חסרת הסיכון במטבע הזר.

ההבדל היחיד בין מודל בלק-שולס לבין מודל גרמן-קולהאגן הוא הופעת הריבית על המטבע הזר. הריבית הזו מופיעה משום שמחזיק המטבע נהנה ממנה, בעוד שמחזיק האופציה אינו נהנה ממנה. יחס ה-Put-Call Parity במט"ח הופך להיות:

$$C + Ke^{-r_d T} = P + S_0 e^{-r_f T}$$

מדוע ביטקוין שונה ממט"ח?

נניח שמשקיע ישראלי מחזיק במטבע חוץ (כגון: דולר, יורו, ליש"ט וכו'), הוא יכול למעשה להפקיד את אותו מטבע בבנק ולקבל ריבית על המטבע. לעומת זאת, משקיע שמחזיק ביטקוין, אם הוא יעביר את הביטקוין לארנק קר (Cold Wallet) וישאיר אותו שם במשך שנה, בסוף השנה עדיין יהיה ברשותו אותו מספר ביטקוין בדיוק.

מודל גרמן-קולהאגן (Garman-Kohlhagen Model) פותח בשנת 1983 כהרחבה של מודל בלק-שולס לצורך תמחור אופציות על מטבעות זרים. במשך עשרות שנים הוא שימש כמודל הסטנדרטי לתמחור אופציות על צמדי מטבעות כגון USD/JPY, EUR/USD, GBP/USD, והוא עדיין מהווה את הבסיס התיאורטי לתמחור אופציות במרבית שוקי המט"ח בעולם.

בשנים האחרונות, עם צמיחתו המהירה של שוק המטבעות הקריפטוגרפיים, החלו חוקרים, סוחרים ומנהלי סיכונים ליישם מודלים שפותחו עבור נכסים פיננסיים מסורתיים גם על ביטקוין ומטבעות קריפטוגרפיים אחרים. אחת ההצעות שעלו הייתה להשתמש במודל גרמן-קולהאגן, וזאת משום שביטקוין מונה "מטבע" ונחסר כנגד מטבעות פינט כגון דולר, יורו וכו'.

אולם הדמיון הלשוני בין מטבע חוץ לבין מטבע קריפטוגרפי אינו בהכרח מעיד על דמיון כלכלי. למעשה, הטיעון המרכזי של מאמר זה הוא שמודל גרמן-קולהאגן אינו "מודל למטבעות", אלא מודל לנכסים מניבי פרי.

במקרה של מט"ח, הפרי הוא הריבית על המטבע הזר. במקרה של ביטקוין, פרי כזה אינו קיים. כתוצאה מכך, אחת מהנחות היסוד המרכזיות של המודל אינה מתקיימת. לפיכך, אף שניתן ליישם את המודל מבחינה מתמטית, קיימת שאלה האם קיימת הצדקה כלכלית ליישום לצורך תמחור אופציות על ביטקוין.

מודל בלק-שולס (1973)

נוסחת בלק-שולס לתמחור אופציות רכש (CALL) אירופאית על מניה שאינה מחלק דיבידנד (נכס שלא מניב פרי) היא:

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

כאשר:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

כאשר:

- S_0 - המחיר הנוכחי של נכס הבסיס.
- K - מחיר המימוש העתידי.
- σ - סטיית התקן (תנודתיות) של תשואות נכס הבסיס.
- T - משך חיי האופציה שנוטר עד למועד הפקיעה.
- r - שיעור הריבית חסרת הסיכון למח"מ הדומה למשך החיים הנוטר של האופציה עד למועד פקיעתה.

הנוסחה מבוססת על עקרון הארביטראז' ועל האפשרות לבנות תיק משכפל לאמצעי. במילים אחרות, מחיר האופציה נגזר מהאפשרות לשחזר את תזרים המזומנים שלה באמצעות נכס הבסיס ונכס חסר סיכון.

אחד מיסחי הארביטראז' החשובים ביותר בתורת האופציות הוא יחס ה-Put-Call Parity:

$$C + Ke^{-rT} = P + S_0$$

או לחילופין:

$$C - P = S_0 - Ke^{-rT}$$

המשמעות הכלכלית של הקשר היא שאופציות CALL בתוספת פיקדון חסר סיכון שערכו העתידי יהיה K , שקולים להחזקת המניה ואופציות PUT.

האינטואיציה הכלכלית מאחורי אופציות CALL

כדי להבין את הרעיון, נניח שמשקיע מעוניין לקבל חשיפה למחיר מניה בעוד שנה. אפשרות אחת היא לרכוש את המניה היום. לצורך כך הוא יכול:

1. לקחת הלוואה מהבנק
2. להשתמש בכסף ההלוואה לרכישת המניה
3. להחזיר את ההלוואה במועד עתידי

אם המניה אינה מחלקת דיבידנד, המשקיע אינו מפסיד שום תזרים מזומנים בכך שאינו מחזיק במניה במעלה. כל הערך הכלכלי של ההשקעה מורכב מאחזקת המניה העתידית. מסיבה זו מודל בלק-שולס מתאים לנכסים שאינם מניבים פרי (קר), שאינם מייצרים תזרים מזומנים) במהלך חיי האופציה.