

מניפולציות על מטריצות

לפני שמשתמשים באלגברה של מטריצות (כלומר, בדרכים שבהן ניתן לשלב מטריצות), עלינו ללמוד כיצד ניתן להשתמש במטריצות למידול בעיות כלכליות. במאמר זה נמשיך להסביר על חיבור וחיסור מטריצות.

ניתן לחבר או לחסר מטריצות רק אם הן מאותו סדר. חיבור מטריצות מתקבל על ידי חיבור בין כל אחד מהאלמנטים במטריצה אחת לאלמנט המקביל לו במטריצה האחרת. חיסור מטריצות מתקבל על ידי חיסור של כל אחד מהאלמנטים במטריצה השנייה מהאלמנט המקביל לו במטריצה הראשונה. כך ש-

$$X + Y = [x_{ij} + y_{ij}]$$

$$X - Y = [x_{ij} - y_{ij}]$$

לדוגמא

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3+2) & (4-2) & (2+3) \\ (0+5) & (6+5) & (5+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3-2) & (4-(-2)) & (2-3) \\ (0-5) & (6-5) & (5-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 \\ -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

התרשים הבאה מציג את חיבור המטריצות באקסל

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		3	4	2		2	-2	3		5	2	5
3		0	6	5		5	5	1		5	11	6
4												

יש להבחין בין הכפלת מטריצה בסקלר לבין מכפלת מטריצה במטריצה אחרת. הראשונה מכונה מכפלה סקלרית ובמסגרתה כל אחד מהאלמנטים במטריצה מוכפל בסקלר. כך, למשל

אם מטריצה X היא $X = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, אז

$$2X = 2 \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 12 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

סכום המכפלות (Sumproduct) ישנם מקרים רבים שבהם יש לנו שני מערכים של מספרים אשר ברצוננו לכפול אותם ולסכום את התוצאה לכדי מספר בודד - למשל, לכפול מספר פריטים שונים במחיר ליחידה של כל פריט. מצ"ב מכפלה שכזו באקסל:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		3	4	2		2	-2	3		4
3										

פרטים אודות כותב המאמר: האקטואר רועי פולניצר, FRM

רועי בעל תואר שני במימון (התמחות בניהול סיכונים ואקטואריה) ותואר ראשון בכלכלה (התמחות במימון), שניהם מאוניברסיטת בן-גוריון בנגב, בעל דיפלומה בניהול סיכונים פיננסיים (FRM®) מאוניברסיטת אריאל בשומרון ולמד בתוכנית ללימודי תעודה באקטואריה באוניברסיטת חיפה. כמו כן, רועי אקטואר מלא





(Fellow) בלשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (F.I.L.A.V.F.A.), מוסמך כמעריך שווי מימון תאגידי (CFV) מטעם לשכת מעריכי השווי והאקטוארים הפיננסיים בישראל (IAVFA), מוסמך כמנהל סיכונים פיננסיים (FRM) מטעם האיגוד העולמי למומחי סיכונים (GARP) ומוסמך כמומחה לניהול סיכונים (CRM) מטעם האיגוד הישראלי למנהלי סיכונים (IARM).

לרועי ניסיון של מעל ל- 15 שנה בביצוע ניתוחים כמותיים במכשירים פיננסיים, בהערכת שווי תאגידים ונכסים בלתי מוחשיים, באמידה וכימות סיכונים כמו תמותה, אריכות ימים, תחלואה, ביטולים והחלמה מנכות, ובמידול ומדידת סיכוני שוק, אשראי, תפעוליים, מודל, מזילות והשקעות לצורכי יישום הוראות רגולטוריות ותקינה חשבונאית, פיתוח, יישום ותיקוף מודלים בתחומים של הערכות שווי, ניהול סיכונים, אקטואריה והנדסה פיננסית, קביעת תעריפי ביטוח חיים, הערכת פרמיות סיכון והערכת עתודות ביטוח, קביעת עלות תנאי פנסיות (צוברות ותקציביות) והכנת מאזנים אקטואריים לקרנות פנסיה, ניתוח וחיזוי מצבים פיננסיים מורכבים וכן העברת סמינרי הדרכה והשתלמויות בתחומי התמחותו: מימון, אקטואריה, הערכות שווי, בנקאות, ניהול סיכונים, אופציות והנדסה פיננסית.

ניסיונו של רועי בתחום האלגברה הלינארית כולל: מערכות משוואות לינאריות, וקטורים ב- R^n , מטריצות ריבועיות, מטריצות אלמנטריות, מרחבים וקטורים, מרחבי מכפלה פנימית, אורתוגנליות, דטרמיננטות, ערכים עצמיים, וקטורים עצמיים, לכסוף, תבניות ריבועיות ומשוואות הפרשים.

ניסיונו של רועי בתחום האנליזה, כולל: תכונות טופולוגיות של קבוצות במרחב אוקלידי, קבוצות קמורות, משפטי הפרדה, פונקציות קמורות וקעורות, תכונות ואפיונים, שגאת סיכון, אופטימיזציה של פונקציות עם ובלי אילוצים, משפט הפונקציות הסתומות, משפט המעטפת,



משוואות דיפרנציאליות מסדרים שונים, מערכות של משוואות דיפרנציאליות ושיטות של
אופטימיזציה דינאמית.