



רואה חשבון, מקדם קצבה לפוליסה אתה יודע לחשב?

האקטואר רועי פולניצר מסביר כיצד מחשבים את מקדם קצבה של פוליסת ביטוח מנהלים.

קצבה (Annuity, אנונה) מוגדרת כסדרת תשלומים, או חלק מהם, המשתלמת בדרך כלל בסכומים קבועים, בפרקי זמן קצובים, או שניתן לקבלם בזמנים אלה למשך תקופה מוגדרת. חישוב מקדם קצבה (Factor) שקול אפקטיבי מכל הבחינות המהותיות לעלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית (Straight Life Annuity) המשלמת מראש (קרי, בתחילת כל שנה) תשלומים שנתיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח. למעשה, קצבת חיים אינסופית הינה קצבה המשתלמת למבוטח עד סוף חייו.

בשפה האקטוארית מקובל לסמן באמצעות הסימון $\ddot{a}_X^{(12)}$ מקדם קצבה השקול לעלות של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל X (קרי, בתחילת כל חודש החל מיום ההולדת ה-X) תשלומים חודשיים שווים בני 1/12 ש"א עד ליום מותו של המבוטח. את מקדם הקצבה שהגדרתי ניתן לבטא גם במונחים של פונקציות קומוטציה (Commutation Functions, ערכי המרה) אשר בהן ניגע בהמשך, כ- $N_X^{(12)}/D_X$.

בנוסף, כאשר המספר 12 מופיע משמאל לסימון $N_X^{(12)}/D_X$ (קרי, $12N_X^{(12)}/D_X$) או משמאל לסימון $\ddot{a}_X^{(12)}$ (קרי, $12\ddot{a}_X^{(12)}$) הרי שמדובר בתשלומים חודשיים שווים בני 1 ש"א ולא בני 1/12 ש"א (הסבר לכך הוא פשוט: 12 כפול 1/12 ש"א שווה ל-1 ש"א). לפיכך, הסימונים הבאים $12N_X^{(12)}/D_X$ ו- $12\ddot{a}_X^{(12)}$ שווים זה לזה ומייצגים את העלות בגיל "X" של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל X (קרי, בתחילת כל חודש החל מיום ההולדת ה-X) תשלומים חודשיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח.

על מנת לחשב את מקדם קצבה, שהוא כאמור העלות של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל X (קרי, בתחילת כל שנה/חודש החל מיום ההולדת ה-X) תשלומים שנתיים/חודשיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח, יש לבחור תחילה טבלת תמותה ושיעור ריבית. טבלת תמותה הינה תוצר של מחקר סטטיסטי אשר מגדיר בין היתר את הסתברות המוות של אדם בכל גיל נתון. על מנת להתמודד עם השוני בין קבוצות שונות של אנשים ניתן לקבוע טבלאות תמותה נפרדות עבור קבוצות שונות. נדגיש כי מאחר שמדובר בטבלת סטטיסטית, הטבלה עצמה מייצגת את המצב הממוצע, כלומר, את הסתברות המוות של האדם הממוצע על פני גילאים שונים.

עוד נסביר כי העלות של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל X (קרי, בתחילת כל שנה החל מיום ההולדת ה-X) תשלומים שנתיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח שווה לסך הצברים של מכפלות הערכים הנוכחיים של כל אחד מהתשלומים השנתיים הצפויים להשתלם בתחילת כל יום הולדת בהסתברות המותנית לשרידות ממועד החישוב ועד לכל יום הולדת.

למעשה על ידי שימוש בהסתברויות תמותה, שיעור ריבית ונוסחאות אקטואריות שונות, ניתן לגזור פונקציות קומוטציה. פונקציות הקומוטציה המשמשות לגזירת מקדמי קצבה הן בדרך כלל מהצורה N_X , $N_X^{(12)}$ ו- D_X . ה-"X" בפונקציות הקומוטציה מסוג N לעיל מציין את הגיל שבו

מתחילה להיות משולמת קצבת החיים האינסופית בעוד שה-"X" בפונקציית הקומוטציה מסוג D מציין את הגיל נכון למועד ההיוון. העלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית מחושבת כאמור על ידי היוון כל אחד מהתשלומים שצפויים להתקבל בכל גיל ממועד הערכת השווי ועד גיל 110 והכפלתו בהסתברות לשרוד עד לגיל התשלום.

ברגיל, פונקציות הקומוטציה נועדו להקל על ביצוע חישוב מקדמי הקצבה בימים שלפני זמן המחשב וה-Excel.

הנחת התמותה הינה הנחה מהותית להערכת מקדם קצבה. כידוע, תוחלת החיים הולכת ומשתנה בעקבות שינויים ברפואה ובאורח החיים של אנשים. ההנחות האקטואריות כוללות התייחסות להמשך הארכת תוחלת החיים בעתיד. שיעורי התמותה שבהם עשיתי שימוש להלן נכונים ליום 31/12/2015. הנחת קצב הירידה בשיעורי התמותה (הגורמת להארכת תוחלת החיים), מיום 31/12/2015 ואילך, הינה לפי חזר ביטוח 2018-119 בנושא "תיקון הוראות החזר המאוחד לעניין מדידת התחייבויות - עדכון מערך ההנחות הדמוגרפי בביטוח חיים ועדכון מודל שיפורי תמותה לחברות ביטוח ולקרנות הפנסיה" של אגף שוק ההון ביטוח וחיסכון במשרד האוצר, מיום 16 ביולי 2019 (להלן "חזר ביטוח 2019").

ראוי לציין את אי הוודאות הרבה לגבי הנחה זו, ואת העובדה כי גם הנחות אחרות יכולות להיות סבירות באותה מידה. נסביר כי למרות ששיעורי התמותה בפועל יציבים יחסית, והנחת התמותה תואמת לניסיון בצורה יחסית טובה, לגורם התמותה קיימת אי-וודאות רבה לגבי העתיד הרחוק, זאת בגלל קצב השינוי בתוחלת החיים, שקשה להעריך ועלול להיות שונה מהותית מההנחה הקיימת. קצב השינוי בתוחלת החיים מושפע משינויים התנהגותיים וחברתיים ומהתפתחויות רפואיות, הן בעבר והן בעתיד, וגורמים אלה יכולים להשפיע על תוחלת החיים באופן משמעותי ובלתי צפוי, בנוסף לעובדה שהתפתחויות בגורמים עצמם אינן ניתנות לצפות בצורה מספקת.

לשם הפשטות ועל מנת להקל על הסבר החישוב, אנו נשתמש אך ורק בפונקציות קומוטציה הנגזרות מלוח תמותה חוזר ביטוח 2019 מותאם לשנת 2019 וריבית נטו של 3.25% לשנה.



על מנת לחשב את העלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל 50 (קרי, בתחילת כל שנה) תשלומים שנתיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח שגילו במועד ההיוון הוא 50, באמצעות חזר ביטוח 2019 מותאם לשנת 2019 (גברים) ומשיעור ריבית של 3.25% לשנה,

המספר המתאים מעמודת ה- N_X מחולק במספר המתאים מעמודת ה- D_X . המספר המתאים עבור N_X מתקבל מחיתוך שורת הגיל שבו הקצבה תתחיל להשתלם עם עמודת ה- N_X והמספר המתאים עבור D_X מתקבל מחיתוך שורת הגיל שבו נקבע הערך הנוכחי עם עמודת ה- D_X . כאשר הקצבה מוערכת לאותו גיל שבו היא מתחילה להשתלם, הרי שאותו הגיל (50 במקרה דנן שלפנינו) משמש הן עבור ה- N_X והן עבור ה- D_X . מקדם הקצבה השנתי שווה ל- $430,834.6672$ (עבור N_X עבור $X = 50$) לחלק ל- $20,005.1571$ (עבור D_X עבור $X = 50$), או 21.536 . מאחר שמדובר במקדם קצבה שנתי עלינו לכפול אותו ב- 12 ואז נקבל מקדם קצבה חודשי של 258.434 .

העלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל 50 (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1/12 ש"א עד ליום מותו של המבוטח שגילו במועד ההיוון הוא 50, או אז מקדם הקצבה יהיה שווה ל- $N_X^{(12)}$ לחלק ל- D_X . לכן מקדם הקצבה השנתי יהיה שווה ל- $421,665.6368$ (עבור $N_X^{(12)}$ עבור $X = 50$) לחלק ל- $22,569.8501$ (עבור D_X עבור $X = 50$), או 21.078 . מאחר שמדובר במקדם קצבה שנתי עלינו לכפול אותו ב- 12 ואז נקבל מקדם קצבה חודשי של 252.934 .

העלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל 50 (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח שגילו במועד ההיוון הוא 50, או אז העלות האקטוארית של קצבה שכזו תהיה שווה ל- 12 כפול העלות של האקטוארית של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל 50 (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1/12 ש"א עד ליום מותו של המבוטח, או לחילופין 12 כפול מקדם קצבה שנתי של 21.078). כאשר הגיל במועד ההיוון זהה לגיל שבו אמורה הקצבה להתחיל להשתלם והקצבה היא קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1 ש"א עד ליום מותו של המבוטח, הרי שמקדם הקצבה השנתי יחושב כ- $12N_X^{(12)}/D_X$.

אם קצבת חיים אינסופית משלמת מראש (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1/12 ש"א עד ליום מותו של המבוטח, מתחילה בגיל אחד (X) ומוערכת לגיל אחר (Y), או אז מקדם הקצבה יחושב כמנה (קרי, כיחס) של המספר המתקבל מחיתוך שורת הגיל שבו הקצבה תתחיל להשתלם (X) מחולק במספר המתקבל מחיתוך שורת הגיל במועד ההיוון (Y) עם עמודת ה- D_X .

לדוגמה, נניח ואנו רוצים להעריך את העלות האקטוארית של קצבת חיים אינסופית המשלמת מראש החל מגיל 67 (קרי, בתחילת כל חודש) תשלומים חודשיים שווים בני 1/12 ש"א עד ליום מותו של המבוטח, שגילו במועד ההיוון הוא 60. למעשה, באמצעות פונקציות הקומוטציה הנגזרות מאותה טבלת תמותה ואותו שיעור ריבית, מקדם הקצבה השנתי שווה ל- $162,235.8993$ (עבור $N_X^{(12)}$ עבור $X = 67$) לחלק ל- $14,309.3196$ (עבור D_X עבור $X = 60$), או 11.338 . מאחר שמדובר במקדם קצבה שנתי עלינו לכפול אותו ב- 12 ואז נקבל מקדם קצבה חודשי של 136.053 .