



מדוע מודל אופציית המכר של פינרטי הוא המודל המועדף לאמידת שיעור ה-DLOM?

מצגת בפני רון סידלמן, FRM, CRM, LLM חשב ההשקעות של חברת הביטוח
מנורה מבטחים בע"מ

רועי פולניצר, אקטואר, FRM, CRM, MBA (fin.)

שווי פנימי

1. מבוא

- מדוע מודל אופציית המכר של ג'ון פינרטי לאמידת שיעור הניכיון בגין היעדר סחירות (DLOM) הינו המודל המועדף על ידי משרדי ה-BIG 4?
- ☐ האם זה בגלל חשיבה קבוצתית;
- ☐ האם זה בגלל שפינרטי משתמש באופצייה אסימטרית (קרי, אופציה אשר התזרים הצפוי בגינה מחושב על פי מחיר נכס הבסיס הממוצע לאורך חיי האופציה) ואנשים "מתים" על אופציות אסימטריות;
- ☐ האם זה בגלל שהוא פתרון סביר בין שתי "רעות חולות".
- לפני שנוכל לבחור את התשובה הנכונה, בוא נסעבור בזריזות על הספרות המקצועית בנושא המכונה בספרות כ-DLOM כלומר Discount for Lack of Marketability.

2. סקירה ספרותית

- יש מספר גישות המוצעות בספרות הכלכלית כפי שמופיע בציטוט להלן מסמך שהוכן על ידי ה- IRS (רשות המיסים) בארה"ב:
- *"A method used to help calculate the value of closely held and restricted shares. The theory behind DLOM is that a discount exists between the value of a company's stock that is and is not marketable. Various methods have been used to quantify the discount that can be applied including the restricted stock method, IPO method and the option pricing method."*



2. סקירה ספרותית

- בעבודה שנכבתה על ידי ראנד קרטיס עבור ה-ASA (האגודה האמריקאית להערכות שווי) מצוינת הבעייתיות של אומדן ה-DLOM כדלקמן:



2. סקירה ספרותית

- "The discount for lack of marketability ("DLOM") is often the single largest value adjustment business appraisers must consider. It can exceed 30% in many cases. However, there is no perfect way to measure it, and there are disagreements over its causes. As a result, the Internal Revenue Service, the Tax Court, other courts across the nation, regulatory agencies (the Securities and Exchange Commission, the Financial Accounting Standards Board, and the Department of Labor, among others), academicians, compilers of market data, and business appraisers have given considerable attention to the DLOM."*

2. סקירה ספרותית

- באופן כללי יש מספר שיטות שהוצעו לאמידת ה-DLOM אשר מפורטות הן במסמך של ה-IRS והן במאמר הסקירה של ריילי ורוטקבסקי.
- הגישה הראשונה מבוססת על ניתוח אמפירי של נתוני השוק.
- יש עבודות האומדות את ההבדל בין מחיר מניות חסומות או מוגבלות (restricted stocks) לבין מניות מקבילות שאינן מוגבלות.
- סוג אחר של מחקר אמפירי בחן את מחיר מניות בעסקאות פרטיות לפני הנפקה לציבור לבין מחירי אותן מניות בעת ההנפקה.
- גישה נוספת התמקדה בניתוח פערי מחירי הקנייה והמכירה של מניות.

2. סקירה ספרותית

- להלן טבלה המרכזת תוצאות מחקרים שנעשו בנושא ה-DLOM:

שם המחקר	שנות המחקרים	מספר תצפיות	ממוצע פרמיית אי סחירות	חציון פרמיית אי סחירות
SEC Overall Average	1966-69	398	25.8%	24%
Gelman	1968-70	89	33.0%	33%
Trout	1968-72	60	33.5%	NA
Moroney	1969-72	146	35.6%	33%
Maher	1969-73	34	35.4%	53%
Standard Research Consultants	1978-82	28	45.0%	45%
Willamette Associates	1981-84	33	31.2%	31%
Silber	1981-88	69	34.0%	NA
Hall/Polacek Study	1979-92	100	23.0%	NA
Management Planning	1980-96	53	27.0%	25%
FMV Restricted Stock Value	1980-97	243	22.0%	20%
Emory	1980-00	593	47.0%	48%
Johnson Study	1991-95	72	20.0%	NA
Columbia Financial Advisors Study	1996-97	23	21.0%	14%
Columbia Financial Advisors Study	1997-98	15	13.0%	9%

2. סקירה ספרותית

- בדיקות אלה הן בעייתיות בגלל מגבלת הנתונים והקושי לנטרל אפקטים אחרים על התוצאות.
- כל הבדיקות בוצעו בארה"ב ומרביתם על חברות קטנות ומסוכנות עם סטיות תקן של שיעורי התשואה ברמות גבוהות.
- גישה נוספת הינה גישת האופציות, לפיה ניתן לתמחר את אי הסחירות כאופציית מכר "המסתכלת לאחור" (Look-back put option).
- הרעיון הוא שאי הסחירות מונעת מבעל המניות למכור את המניה במיוחד כאשר היא מאבדת מערכה, ועל כן אופציית המכר על מחיר עתידי המסתכלת לאחור אומדת את ההפסד הפוטנציאלי למחזיק המניה.

2. סקירה ספרותית

- בבסיס חישוב שווי ה-DLOM כאופציית מכר קיימת ההנחה שהענקת אופציית מכר (במקרה זה תיאורטית) מפצה את בעל המניות הבלתי סחירות על ידי הענקת זכות לבצע מכירה של המניות שברשותו במהלך תקופת אי הסחירות (ובכך למעשה מחזירה למניות את אלמנט הסחירות שאבד).
- המורכבות שנלווית לחישוב מסוג זה הינה שלא קיים מחיר מימוש ידוע וקבוע לאופציה ולמעשה מחיר המימוש נקבע כחלק מתהליך החישוב ולא כנתון.
- כעת נסקור בקצרה כמה מהמודלים לתמחור אופציית מכר המשמשים לאמידת שיעור ה-DLOM.

3. מודל צ'ייף (CHAFFE) (MODEL)

- ככל הנראה, דייויד צ'ייף היה הראשון לפרסם מאמר אודות השימוש במודלים לתמחור אופציית מכר כאמד (proxy) מייצג לשיעור ה-DLOM.
- במאמרו מדצמבר 1993 (מקור: *Chaffe, David B. H. "Option Pricing as a Proxy for Discount for Lack of Marketability in Private Company Valuations," Business Valuation Review, December 1993.* טען צ'ייף כי רכישת אופציה אירופאית (כלומר, אופציה הניתנת למימוש רק במועד הפקיעה) על מניה חסומה - שקולה אפקטיבית, מכל הבחינות המהותיות, למגבלות כלל 144 (Rule 144).
- לכן, המודל שלו מניח כי הסחירות תושג אך ורק בסוף תקופת ההחזקה המשוערת.

3. מודל צ'ייף (CHAFFE) (MODEL)

- מאחר והאופציה ניתנת למימוש אך רק בסוף תקופת ההחזקה (בהשוואה לאופציה הניתנת למימוש בכל עת במהלך התקופה האמורה) הרי שהיא פחות יקרה, ועל כן ה-DLOM המשתמע, כפי שצ'ייף ניסח זאת:

"Will therefore err to the less discount or the minimum applicable discount"

3. מודל צ'ייף (CHAFFE) (MODEL)

- ההנחה של צ'ייף בדבר "סוף התקופה" גם מדגישה את אחת הטענות העיקריות נגד הרעיון שאופציית מכר יכולה להוות אמדל - DLOM – מאחר וקניית אופציית מכר "חותכת" למעשה את הסיכון להפסד (downside risk) ומותירה אפשרות לרווח בלתי מוגבל (unrestricted upside).
- מאמרים שיצאו לאחר מכן, הציעו כפיתרון לטענה שהוצגה לעיל שהניכיון המשתמע על בסיס אופציית המכר יקוזז על ידי השווי של אופציית רכש "שנכתבה", בעלת תנאים הזהים לאלו של אופציית המכר (נכס הבסיס, מכפיל נכס הבסיס, מחיר המימוש, משך חיי האופציה, וסוג (אירופאית/אמריקאית)).

4. מודל לונגסטאף (LONGSTAFF MODEL)

- שנתיים לאחר שפרסם צ'ייף את מאמרו, פרנסיס לונגסטאף פירסם ב- 1995 מאמר (מקור: *Longstaff, Francis A. "How Much Can Marketability Affect Security Values?" The Journal of Finance, Volume L, No. 5. December 1995*) אודות השימוש בתיאוריית האופציות להערכת שיעורי DLOM.
- לונגסטאף לקח את המודל שלו לקיצוניות השנייה.
- במקום להשתמש באופציה אירופאית, הניתנת למימוש בסוף התקופה, לונגסטאף השתמש במה שמכונה אופציית מכר "המסתכלת לאחור" (look-back put option).
- המודל שלו מניח תזמון שוק מושלם ובדיעבד.
- לפיכך, מונח כי בעל האופציה יממש אותה בנקודת האופטימום במהלך תקופת החסימה/ההחזקה.

4. מודל לונגסטאף (LONGSTAFF MODEL)

- נציין כי, אופציה המאפשרת למחזיק בה להסתכל לאחור על מחירי נכס הבסיס על פני תקופת החסימה ולממש את האופציה בזמן האופטימלי הינה אופציה בעלת ערך רב.
- בהתאם לכך, לונגסטאף הסיק כי תוצאות מודל אופציית המכר שלו מהוות למעשה אומדן ל"גבול העליון" של ה-DLOM הפוטנציאלי.

4. מודל לונגסטאף (LONGSTAFF MODEL)

- אז, יש לנו את צ'ייף שמקדם מודל ל- DLOM המבוסס על אופציית מכר אירופאית, שמתברר במה שהוא האמין כ- DLOM מינימלי.
- כאמור, DLOM זה עשוי להיות מופחת עוד יותר על ידי ההנחה של כתיבת אופציית רכש.
- ואז, יש לנו לונגסטאף בקצה השני של הספקטרום עם מודל אופציית מכר, שמתברר כ"גבול עליון" ל- DLOM סביר.
- זה נראה כמו שתי קערות דייסה, כאשר אחת חמה מדי והשנייה קרה מדי.

5. מודל פינרטי

(FINNERTY MODEL)

- בשנת 2003, ג'ון פינרטי כתב מאמר (מקור: *Finnerty, John D.*

"The Impact of Transfer Restrictions on Stock Prices,"

Unpublished working paper: Fordham University, 2003.

Published: Financial Management Association International,

2008 FMA European Conference (revised November 2007 and

corrected October 2009) אודות השימוש באופציית מכר

אסיטית עם מחיר מימוש ממוצע אריתמטי, כאמצעי להערכת
DLOM.

- המודל שלו מניח שלבעל המניה הלא סחירה אין יכולת תזמון מיוחדת (כלומר, אין לו יכולת באמת "להסתכל לאחור"), ועל כן סביר במידה שווה שהוא ימכור את המניה בכל רגע נתון, על פני תקופת החסימה/ההחזקה.

5. מודל פינרטי

(FINNERTY MODEL)

- מחיר המימוש של האופציה שווה כאמור לממוצע האריתמטי של מחירי המניה לאורך חיי האופציה.
- ההנחה שלבעל המניה הלא סחירה אין שום יכולת תזמון מיוחדת בשילוב עם מיצוע מחירי המניה לכדי מחיר המימוש, הביאה לשיעורי DLOM ש"נופלים", במה שרבים מחשיבים, כטווח הסביר.
- למעשה, הדייסה הזו איננה "בדיוק כמו שצריך" אבל היא בטמפרטורה נוחה יותר לאכילה מאשר שתי האפשרויות האחרות, במיוחד כאשר מביאים בחשבון את התוצאות האמפיריות של מחקרים פרה-IPO ומחקרי אודות מניות חסומות.

5. מודל פינרטי

(FINNERTY MODEL)

- תחושת הנוחות המלווה את מודל מחיר המימוש הממוצע האריתמטי של פינרטי נובעת, בין היתר, מהעובדה שהתזרים הצפוי מסוג כזה של אופציית מכר נוטה להתאים במידה רבה הן לסיכונים והן להזדמנויות הניצבים בפני מחזיק המניה במהלך תקופת ההחזקה.
- פינרטי בדק גם המודל שלו כנגד כ- 80 עסקות במניות חסומות ובדיקה זו הראתה כי עבור תקופות החזקה קצרות יחסית וסטיות תקן לא קיצוניות, המודל שלו מפגין יכולות ניבוי סבירות.
- מעריכי השווי כבר משתמשים במודל ה-DLOM של פינרטי במשך שנים, וזה קרה רק לאחר שבשנת 2009 סטיליאן גאידארוב (אז ב- Grant Thornton) הודיע כי הוא מצא במודל פינרטי לפחות שתי טעויות.

5. מודל פינרטי (FINNERTY MODEL)

- פינרטי הסכים לכך שישנה שגיאה אחת ופרסם מודל מעודכן בשנת 2009 בכנס ה- ASA (האגודה האמריקאית להערכות שווי) בבוסטון.
- כך שאם אתה כבר משתמש במודל פינרטי על מנת לחזק את ניתוח ה- DLOM שלך, ודא שאתה אכן משתמש במודל המעודכן.

6. הביקורת על מודלי האופציות

המשמשים לאמידת ה-DLOM

- עכשיו סקרנו את שלושת מודלי האופציות הפופולאריים ביותר לאמידת ה-DLOM.
- יש לזכור, שבעוד שמודל פינרטי עשוי לספק אומדן DLOM סביר יותר מודלי האופציות האחרים, הרי שהוא עדיין סובל מהביקורת הקשורה לכלל מודלי האופציות.
- ביקורת זו כוללת את הטענות הבאות:
 1. מודלים לתמחור אופציית מכר "חותכים" את הסיכון להפסד (downside risk) ומותירים רווח בלתי מוגבל (unrestricted upside). על ידי רכישת אופציית מכר והחזקת המניה, שינית למעשה את מאפייני ביצועי תיק ההשקעות שלך, אך לא "נרפאת" מהיעדר הסחירות. מודל פינרטי מפחית אמנם את החומרה, אך אינו מבטל את הביקורת הזו.

6. הביקורת על מודלי האופציות

המשמשים לאמידת ה-DLOM

2. אופציות הנן מכשירי גידור לטווח קצר ועל כן הן אינן נועדו לטפל בניירות ערך לטווח ארוך.
 3. על מרבית ניירות הערך אין אופציות זמינות; גישה זו להערכת שיעורי ה-DLOM הינה תיאורטית ויש לה מספר תשומות שצריך לאמוד.
- למרות הביקורות האמורה, מודל פינרטי ומודלי האופציות האחרים הם עדיין רק אחת מכמה טכניקות זמינות לכימות שיעור הניכיון בגין היעדר הסחירות.

7. דוגמה מספרית

- בהערכת שווי שנערכה ב- 19 באוגוסט 2012 לקביעת שווייה ההוגן של ההטבה אשר ניתנה לחברת א. אורן ר.ד.ר בע"מ בהקשר של הסכם בין חברת פלג ניא בע"מ לחברת הניהול למתן שירותי ניהול עבור חברת אורן קפיצים בע"מ ליום 2 באפריל 2012, נקבו מעריכי השווי מחברת דה-קלו בן-יהודה, בשיעור DL0M של 19.54%.
- מעריכי השווי האמורים יישמו בעבודה זו את גישת פינרטי לצורך אמידת ה-DL0M של החברה הפרטית, אורן קפיצים בע"מ, ומעניין בהקשר הזה להתחקות אחר חישוביהם.

7. דוגמה מספרית

- שיטת Monte Carlo הינה השיטה המתאימה לצורך קבלת פתרון נומרי היות ואין פתרון אנליטי לבעיית אופציית מכר "המסתכלת לאחור" (Floating Look-back put option) כמו גם לבעיית אופציית מכר "אסימטרית" (Floating strike Asian put option).
- בשיטת Monte Carlo, שוויי אקוויטי החברה הצפויים בעתיד, המשמשים לחישוב אופציית המכר, נאמדים באמצעות תהליך סטוכסטי הכולל תנועה בראונית גיאומטרית (Geometric Brownian Motion) של הלוגריתם הטבעי של שווי אקוויטי החברה בעתיד.

7. דוגמה מספרית

- התהליך מניח כי שוויי אקוויטי החברה הינם בעלי תנודתיות מתמדת שמורכבת משינויים אקראיים (Random Walk, הילוך מקרי), בתוספת מגמה מסוימת (Drift, סחיפה).
- משמע, שוויי אקוויטי החברה אינם נשארים אף פעם במקום אלא הם נעים ונדים כל הזמן.

.7 דוגמה מספרית

• נוסחת החישוב לתהליך הסטוכסטי אשר שימש בחישובינו:

$$P_t = P_0 \cdot e^{[(r - \delta - 0.5 \cdot \sigma^2) \Delta t + \varepsilon]}$$

• כאשר:

$$\varepsilon = \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot N(0,1)$$

• כאשר:

P_t - Geometric Brownian motion price or future price

P_0 - Spot price

σ - The price volatility

ε - Random shock to price from 0 to t

t - Time

δ - Dividend yield

r - Risk free rate

7. דוגמה מספרית

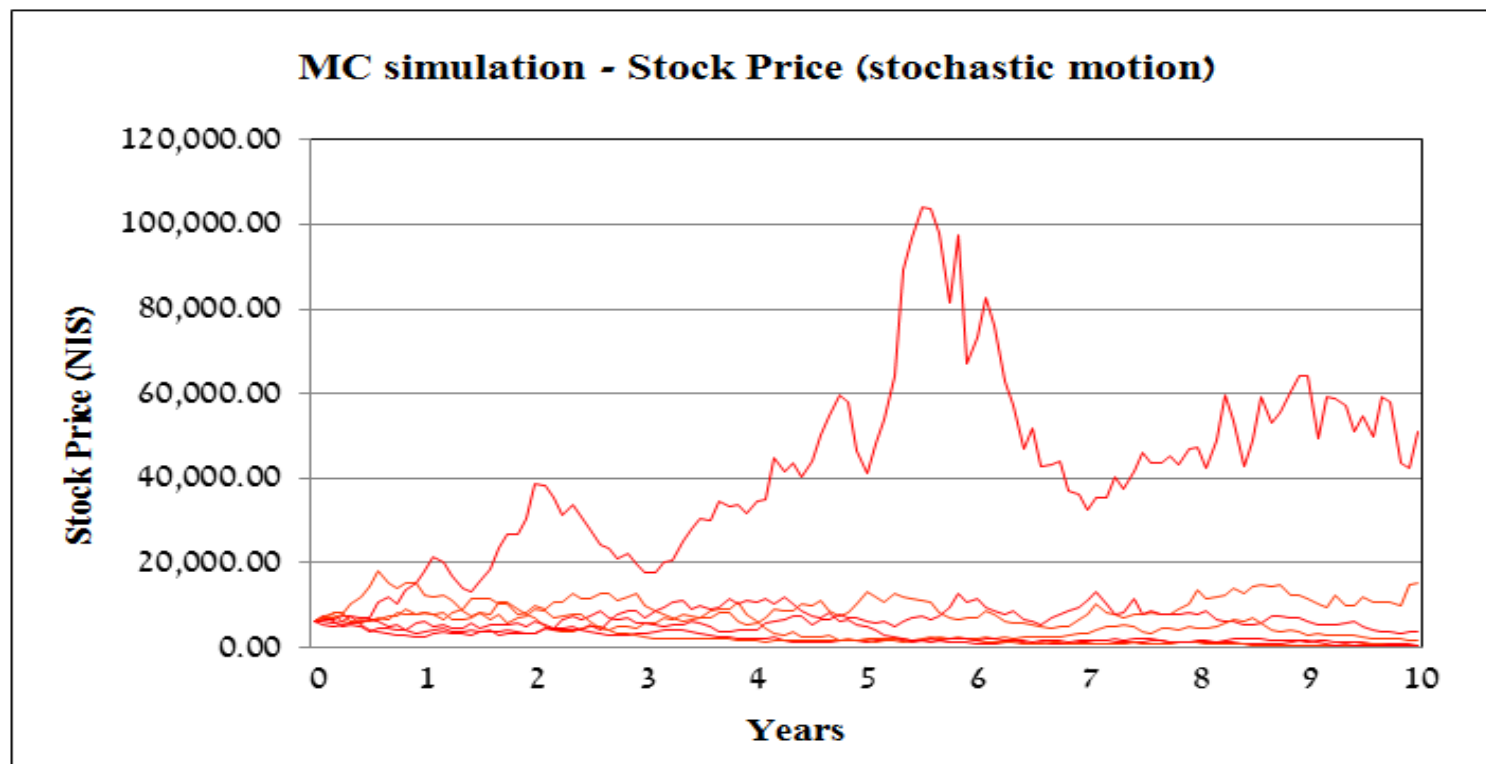
- **מועד החישוב:** מועד החישוב הינו יום 2 באפריל 2012 ושימש כבסיס לחישובנו.
- **המודל:** מודל Finnerty המשולב במודל Monte Carlo.
- **הנחות:** נייטרליות לסיכון (Risk Neutral) ותנועה בראונית גיאומטרית (Geometric Brownian Motion).
- **מספר סימולציות (Simulations, תרחישים):** 1.
- **מספר הרצות (Paths, מסלולים):** 50,000.
- **מספר צעדים (Time steps, תקופות זמן):** 120 (10 שנים כפול 12 צעדי זמן בשנה, כל צעד הינו 30 יום).
- **שווי נכס הבסיס:** 28% משווי אורן קפיצים לפני ה-DLOM שנאמד בעבודתם בכ- 6,111 אלפי ₪ (= 21,825 X 28%).

7. דוגמה מספרית

- **תקופת החסימה:** בחישובם העריכו מעריכי השווי האמורים את תקופת החסימה בכ- 10 שנים.
- **מחיר המימוש:** חושב בכל מסלול כממוצע שווי האקוויטי על פני תקופת החסימה.
- **תשואה חסרת סיכון:** 5.06%.
- **תשואת דיבידנד:** 0.00%.
- **סטיית התקן:** 49.40%.
- **התוצאה:** שיעור הניכיון בגין היעדר סחירות במקרה דנן שלפנינו נאמד על ידינו בין 18.68% ו- 20.21%. ערכו הממוצע של ה-DLOM הינו 19.45%, או באלפי ש"ח, 1,188 אלפי ש"ח (19.45% מתוך 6,111 אלפי ש"ח).

7. דוגמה מספרית

- להלן דוגמא לתהליך סטוכסטי מדגמי עבור שווי אקוויטי החברה הצפויים בעתיד:



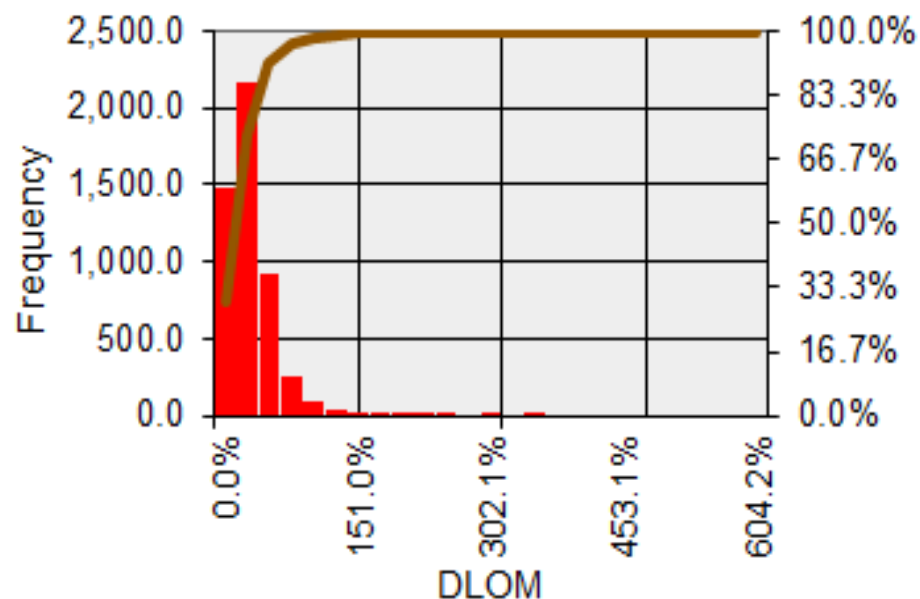
7. דוגמה מספרית

Output Report for Option Value (Sim# 1)

Performed By: Intrinsic Value

Date: Tuesday, 7 October, 2014 01:46:28 AM

DLOM Value (Sim#1)



Simulation Summary Information

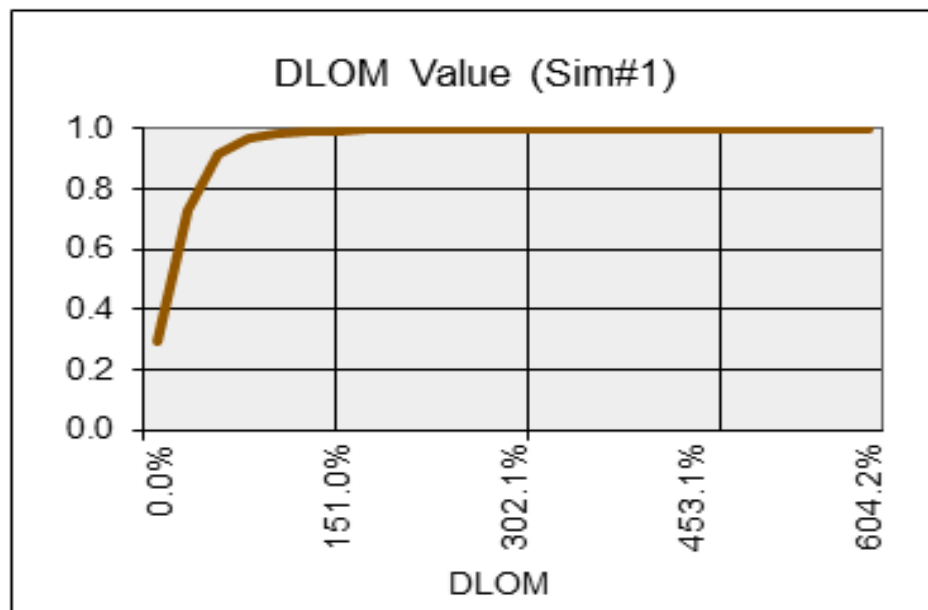
Workbook Name	DLOM MC Simulation
Number of Paths	5000
Number of Time Steps	120
Number of Inputs	6
Number of Outputs	9
Stochastic Process	Geometric Brownian Motion
Average Value	19.45%
Standard Error of Sample Mean	0.39%
Upper 95.0%	20.21%
Lower 95.0%	18.68%

7. דוגמה מספרית

Output Report for Option Value (Sim# 1)

Performed By: Intrinsic Value

Date: Tuesday, 7 October, 2014 01:14:05 AM



Summary Statistics for Option Value			
Statistics		Percentile	
Minimum	0.00%	5%	0.00%
Maximum	604.17%	10%	0.00%
Mean	19.45%	15%	0.00%
Std Dev	27.76%	20%	0.00%
Variance	0.0771	25%	0.00%
Skewness	5.1360	30%	0.58%
Kurtosis	63.2585	35%	5.29%
Median	12.79%	40%	8.33%
Mode	0.00%	45%	10.55%
Left X	0.00%	50%	12.79%
Left P	5%	55%	15.10%
Right X	63.86%	60%	17.59%
Right P	95%	65%	20.06%
Diff X	63.86%	70%	22.99%
Diff P	90%	75%	26.52%
#Errors	0	80%	31.16%
Filter Min	Off	85%	37.11%
Filter Max	Off	90%	45.95%
#Filtered	0	95%	63.86%



8. סיכום

- במצגת זו הצגנו שלוש גישות לאמידת שיעור ה-DLOM כאופציית מכר "סינטטית" על מחיר מניה שאינה סחירה:
 - ☐ גישת Chaffe (1993).
 - ☐ גישת Longstaff (1995).
 - ☐ גישת Finnerty (2003).

8. סיכום

- גישת Chaffe (1993), גורסת כי מחזיק האופציה **לא יכול** לדעת מראש מה צפוי להיות מחיר המניה המקסימלי במהלך תקופת הסחירות ולכן, לו המניה הייתה נסחרת, הרי שמחזיק האופציה היה מוכר את המניה במחירה הנוכחי ונהנה מההפרש בין מחירה הנוכחי לבין הערך במועד העתידי.
- לפי גישה זו עלות אי הסחירות הינה ערכה של אופציית מכר רגילה (Plain vanilla put option), כאשר מחיר המימוש במודל נקבע להיות מחיר המניה הנוכחי (המודל שנדרש ליישם הינו מודל Black-Scholes-Merton).

$$P_{PlainVanilla} = \text{Max}(S_0 - S_T, 0)$$

8. סיכום

- גישת Longstaff (1995), גורסת כי מחזיק האופציה יכול לדעת מראש מה צפוי להיות מחיר המניה המקסימלי במהלך תקופת הסחירות ולכן, לו המניה הייתה נסחרת, הרי שמחזיק האופציה היה מוכר את המניה באותו מחיר מקסימלי צפוי ונהנה מההפרש בין הערך המקסימלי לבין הערך במועד העתידי.
- לפי גישה זו עלות אי הסחירות הינה ערכה של אופציית מכר "המסתכלת לאחור" (Floating Look-back put option), כאשר מחיר המימוש במודל נקבע להיות מחיר המניה המקסימלי המתקבל באמצעות סימולציה (המודל שנדרש ליישם הינו סימולציית Monte Carlo).

$$P_{Lookback}^{Floating} = \text{Max}(S_{\max} - S_T, 0)$$

8. סיכום

- גישת Finnerty (2003), גורסת כי מחזיק האופציה **אינו יכול** לדעת מראש מה צפוי להיות מחיר המניה המקסימלי במהלך תקופת הסחירות ולכן, לו המניה הייתה נסחרת, הרי שמחזיק האופציה היה מוכר את המניה באקראי במהלך התקופה, ככל הנראה במחיר הממוצע.
- לפי גישה זו עלות אי הסחירות הינה ערכה של אופציית מכר "אסייתית" (Floating strike Asian put option), כאשר מחיר המימוש במודל נקבע להיות מחיר המניה הממוצע המתקבל באמצעות סימולציה (המודל שנדרש ליישם הינו סימולציית Monte Carlo).

$$P_{Asian}^{Floating} = \text{Max}(S_{ave} - S_T, 0)$$

8. סיכום

- ברור, כי גישת Longstaff (1995) הינה המחמירה מבין השלוש ובבסיסה ההנחה שלמשקיע יש יכולת חיזוי ותזמון אופטימאליים וערך האופציה המתקבל בה גבוה מהערך המתקבל מיישום שתי הגישות האחרות.
- ברור, כי גישת Chaffe (1993) הינה המקלה מבין השלוש ובבסיסה ההנחה שלמשקיע אין יכולת חיזוי ותזמון אופטימאליים וערך האופציה המתקבל בה נמוך מהערך המתקבל מיישום שתי הגישות האחרות.
- יצויין כי בשלוש הגישות, שווי האופציה הוא פונקציה עולה של תנודתיות נכס הבסיס ושל תקופת אי הסחירות, שני פקטורים שנמצאו כחשובים בכל המחקרים שבדקו את ה-DLOM.



"ללא הערכות שווי, ניהול הסיכונים הוא בלתי אפשרי"

John C. Hull (ג'ון הל)

כותב "התנ"ך של הנגזרים" (The derivatives bible),
הספר Options, Futures, and Other Derivatives
2009



רועי פולניצר, FRM, CRM, MBA
בעלים

שווי פנימי

polanitz5@gmail.com

052.598.1668